

**Určité integrály**

Třída školy: K12

**Obsah**

[Některé vlastnosti neurčitého integrálu 3](#_Toc125621236)

[Tabulka neurčitých integrálů (okamžitá primitiva) 3](#_Toc125621237)

[Integrály hyperbolických funkcí 5](#_Toc125621238)

[Věta a vzorce pro integraci po částech 6](#_Toc125621239)

[Věty a integrační vzorce se změnou proměnné (substitucí) pro neurčitý integrál 7](#_Toc125621240)

[Fyzikální význam neurčitého integrálu 8](#_Toc125621241)

[Test 9](#_Toc125621242)

# Některé vlastnosti neurčitého integrálu

**Věta 9:** Jestliže funkce *f*: *I*→ R şi**** *: I*→ R připouštějí primitiva na intervalu I a funkce f má na intervalu I spojitou derivaci, pak platí následující vlastnosti:

1. 
2. , a 
3. , kde 
4. , kde konstanta 
5. 
6. , kde konstanta 
7. , kde konstanta 
8. 
9. 
10. .

# Tabulka neurčitých integrálů (okamžitá primitiva)

1. , kde ;
2. , kde ;
3. , kde , şi sau ;
4. , kde , , nebo ;
5. , kde , ;
6. , ;
7. , kde nebo ;
8. , kde ;
9. , kde ;
10. , kde ;
11. , kde ;
12. , kde ;
13. , kde a ;
14. , kde ;
15. , kde ;
16. , kde nebo ;
17. , kde nebo a ;
18. , kde nebo ;
19. , kde ot a ;
20. , kde ;
21. , kde ;
22. , kde a ;
23. , kde a ;
24. , kde a x2
25. , kde a x2
26. , kde a 
27. , kde e a ;
28. , kde a ;
29. ; 30) ;

# Integrály hyperbolických funkcí

a) ;b) ; c) ; d) .

31) , kde ;

32) , kde ;

33) , kde ;

34) , kde nebo ;

35) , kde \{1}.

36) *+C*, kde .

38) *+C*, kde .

# Věta a vzorce pro integraci po částech

**Věta 10:** Jsou-li funkce ***f*:*I*→** R şi ***g*:*I*→** R diferencovatelné a mají spojitou derivaci na intervalu *I*, pak funkce şi připouštějí primitiva na intervalu I a vzorec platí:

 (1)

**Poznámka:** Všimneme-li si şi , pak vzorec (1) nabývá užitečnějšího tvaru:

 (2)

**- Vzorce (1) a (2) se nazývají vzorce integrace po částech pro neurčitý integrál.**

# Věty a integrační vzorce se změnou proměnné (substitucí) pro neurčitý integrál

**Věta 11 (první vzorec se změnou proměnné):** Pokud je funkce diferencovatelná na intervalu I a funkce přijímá primitivy rozsahu *J a* je primitivem funkce , pak funkce je primitivem funkce a nastává vzorec



**Substituční metoda výpočtu neurčitého integrálu (metoda první změny proměnné)::**

a) Pokud je provedena záměna 

= .

b) Pokud je provedena záměna 

= .

**Věta 12: (druhá změna proměnné vzorce):** Pokud je funkce bijektivní a diferencovatelná na intervalu *I,* funkce akceptuje primitivy rozsahu *J a H* je primitivem funkce , pak funkce podporuje primitivy a funkce je primitivem funkce f a vzorec nastává.



**Poznámka:** Prakticky se při výpočtu neurčitého integrálu metodou změny druhé proměnné zaznamenává , kde je z a použije se vzorec:

 .

# Fyzikální význam neurčitého integrálu

**I fyzikální význam neurčitého integrálu:**

- Pokud se pohyblivý (hmotný bod) pohybuje nerovnoměrně a zákon jeho posunutí je , a zákon změny jeho rychlosti je , pak:

1) Z fyzikálního významu derivace vyplývá: ;

2) Z fyzikálního významu neurčitého integrálu vyplývá: 

**II fyzikální význam neurčitého integrálu:**

- Jestliže se pohyblivý (hmotný bod) pohybuje nerovnoměrně a zákon jeho pohybu je , zákon změny jeho rychlosti je a zákon změny jeho zrychlení je , pak:

1) Z fyzikálního významu derivace vyplývá: sau ;

2) Z fyzikálního významu neurčitého integrálu vyplývá: ;

3) Z fyzikálního významu neurčitého integrálu vyplývá: .

**III fyzikální význam neurčitého integrálu:**

Pohybuje-li se hmotný bod podél osy Ox působením síly , pak zákon změny práce vykonané při působení síly *F* je : .

# Test

Vypočítejte neurčité integrály:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| č. | | Varianta I | Varianta II | Varianta III |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  | \* | |  |  |
|  | \* | |  |  |