

**Kokonaislukuja**

Koululuokka: K7

**Kokonaislukuja**

[Kokonaislukujen joukko 3](#_Toc126231527)

[Jokainen kokonaisluku vastaa yhtä pistettä numerorivillä. Pisteeseen liittyvä numero on sen abskissa (koordinaatti). 4](#_Toc126231528)

[Kahta kokonaislukua, jotka eroavat toisistaan ​​vain etumerkillään, kutsutaan vastakohtiksi. Numeroakselilla niitä edustaa kaksi symmetristä pistettä origon O suhteen. 4](#_Toc126231529)

[Etäisyyttä origosta pisteeseen, jonka kautta kokonaisluku a esitetään lukuviivalla, kutsutaan luvun a moduuliksi ja sitä merkitään |a|. 4](#_Toc126231530)

[Kahdesta eri kokonaisluvusta suurempi on oikealla esitetyllä akselilla oleva. Kahdesta positiivisesta (negatiivisesta) kokonaisluvusta se, jolla on suurempi (pienempi) moduuli, on suurempi. Mikä tahansa positiivinen luku on suurempi kuin mikä tahansa negatiivinen luku. 5](#_Toc126231531)

[Kokonaislukujen vertailu ja järjestys 7](#_Toc126231532)

[Kokonaisluvun itseisarvo 8](#_Toc126231533)

[Kokonaislukujen järjestys 9](#_Toc126231534)

[Operaatiot kokonaislukujen kanssa 9](#_Toc126231535)

[Yhteen-ja vähennyslasku 9](#_Toc126231536)

[Kerto- ja jakolasku 10](#_Toc126231537)

[Kokonaislukuoperaatioiden suoritusjärjestys 12](#_Toc126231538)

[Yhtälöiden/epäyhtälöiden ongelmien ratkaiseminen kokonaislukujen kontekstissa 13](#_Toc126231539)

[Työarkki 16](#_Toc126231540)

[Scratch projekti 17](#_Toc126231541)

[Lähteet 19](#_Toc126231542)

[Arviointitesti – malli 1 20](#_Toc126231543)

[Arviointitesti – malli 2 28](#_Toc126231544)

Käytännön syistä (lämpötilan mittaaminen, karttojen tekeminen sekä vuoristoalueista että valtamerten pohjasta, merkittävien historiallisten hetkien näyttäminen) ihmiset ovat lisänneet luonnollisten lukujen joukkoa N= {0, 1, 2, 3, ... , n, . ..} negatiivisten kokonaislukujen joukko Z-={...,-n ...,-3,-2,-1} saada:

#### Kokonaislukujen joukko

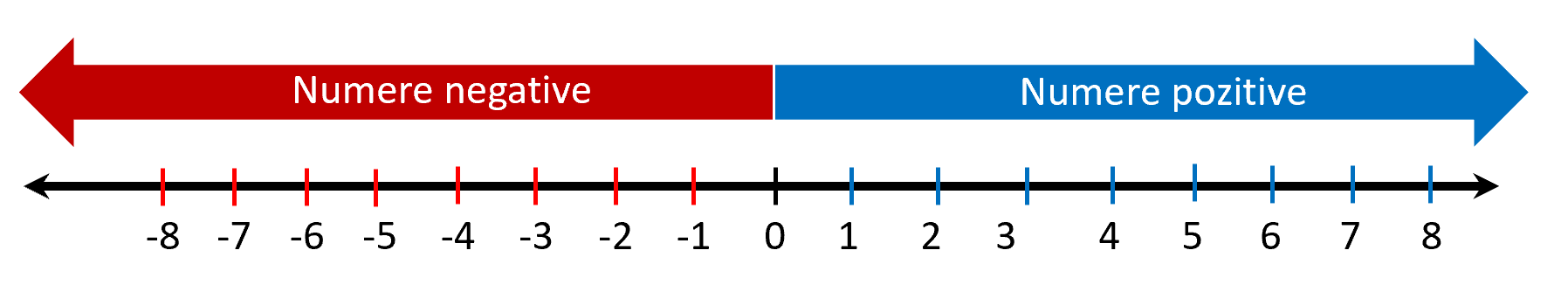
***Z****=*{...,-n ...,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, ... , n, ...}.

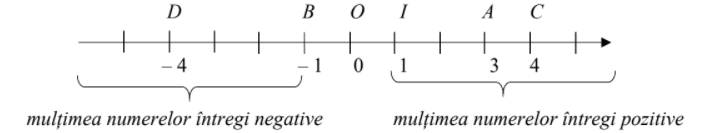
Nollasta poikkeavien kokonaislukujen joukko on merkitty ***Z\*=Z-{0}***

Me merkitsemme **Z** – negatiivisten kokonaislukujen joukko ***Z -***={ x ϵ Z | x<0}

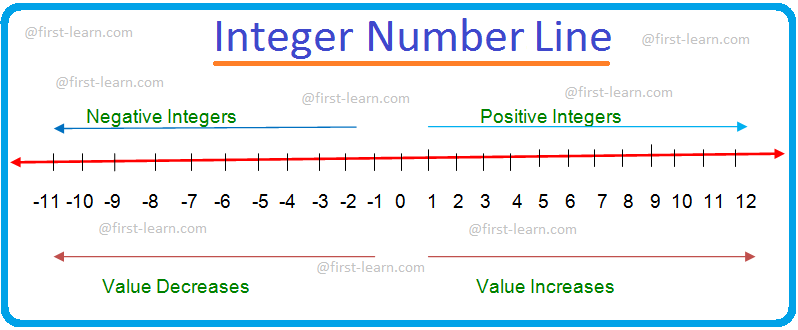
Me merkitsemme **Z +** positiivisten kokonaislukujen joukko ***Z +***={ x ϵ Z | x>0}

Positiiviset kokonaisluvut vastaavat luonnollisia lukuja ja "+"-merkin kirjoittaminen niiden eteen on valinnaista.

Kokonaislukujen syöttäminen vaadittiin vähennystoiminnon suorittamiseksi. Alemmilla luokilla, luonnollisilla luvuilla, opit, että emme voi vähentää 3-10. Mutta kokonaislukujen joukossa mikä tahansa vähennystoiminto johtaa.



Negatiivisten kokonaislukujen joukko Positiivisten kokonaislukujen joukko



#### Jokainen kokonaisluku vastaa yhtä pistettä numerorivillä. Pisteeseen liittyvä numero on sen abskissa (koordinaatti).

Yllä olevan piirustuksen numeroakselilla pisteiden O (alkuperä), I, A, B, C ja D abskissat ovat 0, +1, +3, -1, +4, -4, ja kirjoitamme O. (0), I (+1), A(+3), B(-1), C(+4), D(-4).

#### Kahta kokonaislukua, jotka eroavat toisistaan ​​vain etumerkillään, kutsutaan vastakohtiksi. Numeroakselilla niitä edustaa kaksi symmetristä pistettä origon O suhteen.

Esimerkki: +4 ja –4 ovat vastakkaisia ​​kokonaislukuja ja vastaavasti pisteet C ja D, joiden kautta ne esitetään akselilla, ovat symmetrisiä origon O suhteen (tai O on segmentin CD keskipiste).

Huomaa: 0:n vastakohta on 0.

#### Etäisyyttä origosta pisteeseen, jonka kautta kokonaisluku a esitetään lukuviivalla, kutsutaan luvun a moduuliksi ja sitä merkitään |a|.

Esimerkki: Yllä olevassa kuvassa luvun +4 moduuli on yhtä suuri kuin etäisyys O:sta A:han ja kirjoitetaan |+4| = 4, ja sen vastakohdan moduuli – 4 on yhtä suuri kuin etäisyys O:sta B:hen ja |–4| = 4.

Samoin saamme |0| = 0, |–1| = |+1|, |+3| = 3.

Huomautus: Kahden vastakkaisen luvun moduulit ovat yhtä suuret, koska niitä edustavat pisteet numeroviivalla ovat yhtä kaukana origosta.

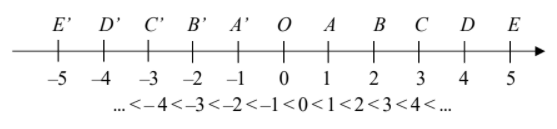
#### Kahdesta eri kokonaisluvusta suurempi on oikealla esitetyllä akselilla oleva. Kahdesta positiivisesta (negatiivisesta) kokonaisluvusta se, jolla on suurempi (pienempi) moduuli, on suurempi. Mikä tahansa positiivinen luku on suurempi kuin mikä tahansa negatiivinen luku.

**Esimerkkejä:**

1) ***Vertailut***

a) –3 > –5 koska |–3| = 3 < 5 = |–5|.

b) –5 < +3 koska piste C on akselin pisteen E' oikealla puolella tai koska -5 on negatiivinen ja +5 on positiivinen.

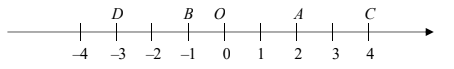


**2) Jokapäiväisiä ongelmia.**

**a)** Kahdesta kansalaisesta, joilla on velkaa pankille, toinen 1000 ja toinen 2000 pankkiyksikköä, kumman pitäisi olla rauhallisempi? Mallitetaan tiedot kokonaislukujen kielellä.

b) Kahdella kansalaisella on, toisella 1000 talletus pankissa ja toisella 1000 luotto. Kumman pitäisi olla hiljaisempaa? Mallitetaan tiedot kokonaislukujen kielellä.

**3) Kopioi ja esitä akselille pisteet A', B', C', D', joiden abskissat ovat vastaavasti pisteiden A, B, C, D abskissien vastakohtia annetussa piirustuksessa.**



***Ratkaiseminen:***



Pisteen A abskissa on 2 ja pisteen 2 vastakohta on - 2, joten edustamme pistettä A' abskissa - 2. Vastaavasti pisteellä B on abskissa - 1 ja pisteen - 1 vastakohta on 1 ja edustamme pistettä B' abskissasta 1; pisteessä C on abskissa 4 ja sen vastakohta on - 4 ja edustamme abskissa - 4 pistettä C'; pisteessä D on abskissa – 3 ja sen vastakohta on 3 ja edustamme abskissan 3 pistettä D'. Näin saadaan pisteet A'(–2), B'(1), C'(–4) ja D'( 3).

**4) Määritä joukot:**

****

***Ratkaiseminen*:**

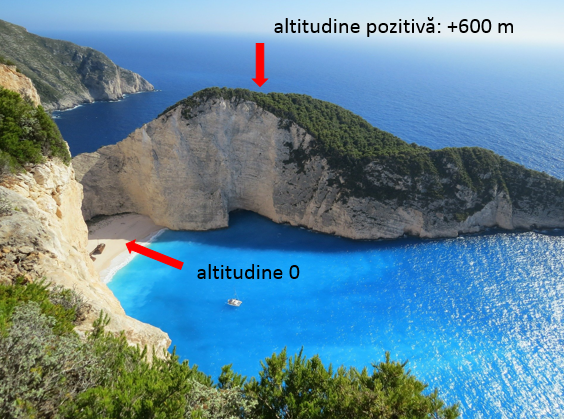
Ne kokonaisluvut x, joiden etäisyys akselilla on pienempi tai yhtä suuri kuin 2, ovat positiivisia 1 ja 2, mutta myös negatiivisia –2 ja –1 sekä kokonaisluku 0. Päättelemme, että A = {–2, –1, 0, 1, 2}. Jos |y| < 4, niin positiiviset kokonaisluvut y ovat 1, 2 ja 3, negatiiviset – 1, – 2 ja – 3, mutta myös 0. Saamme B = {–3, –2, –1, 0, 1, 2 , 3}. Miten |z| > 0, jollekin nollasta poikkeavalle kokonaisluvulle päätämme, että C=Z\*.

**5) Alla oleva taulukko näyttää lämpötilat kello 8 sääasemalla jokaisena arkipäivänä helmikuussa.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Päivä | maanantai | tiistai | keskiviikko | torstai | perjantai | lauantai | sunnuntai |
| Lämpötila (℃) | -1 | -8 | -10 | -3 | 1 | 3 | 5 |

**Taulukon mukaan positiivisten lämpötilojen aritmeettinen keskiarvo on ...℃**

**6) Olet varmaan nähnyt talvella sääennusteessa, että joillain lämpötiloilla on miinusmerkki. Nämä lämpötilat ovat alle nollan ja tästä syystä kutsumme niitä negatiivisiksi lämpötiloiksi (esim. -7℃). Sen sijaan kesällä meillä on positiiviset lämpötilat, koska kesällä lämpötila on yli 0 astetta (esim. 25℃)**

****

Positiivinen korkeus: +600 m Negatiivinen korkeus: -60 m

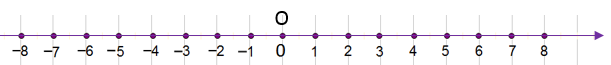
Maan pinnan syvin kohta on Tyynellämerellä sijaitseva Mariana-hauta, jonka syvyys/korkeus on noin -11 000 metriä. Korkein paikka on Mount Everest, Himalajalla, +8848 metriä.

Positiiviset kokonaisluvut vastaavat luonnollisia lukuja ja "+"-merkin kirjoittaminen niiden eteen on valinnaista.

Kokonaislukujen syöttäminen vaadittiin vähennystoiminnon suorittamiseksi. Alemmilla luokilla, luonnollisilla luvuilla, opit, että emme voi vähentää 3-10. Mutta kokonaislukujen joukossa mikä tahansa vähennystoiminto johtaa.

#### Kokonaislukujen vertailu ja järjestys

Suoraan kiinnitämme pisteen O, jota kutsutaan origoksi, mittayksiköksi ja nuolen osoittamaan positiiviseen suuntaan. Piste O vastaa lukua nolla. Näin saadaan lukuakseli, jolla edustamme joitain kokonaislukuja. Emme voi esittää niitä kaikkia, koska kokonaislukujen joukko on ääretön.



**Kokonaislukujen joukko** on positiivisten luonnollisten lukujen, niiden vastakohtien (negatiivisten lukujen) ja luvun 0 liitto**.**.

straight integer numbers equals open curly brackets... comma space minus n comma space... comma space minus 3 comma space minus 2 comma space minus 1 comma space 0 comma space 1 comma space 2 comma space 3 comma space... comma space n comma space... close curly brackets
straight integer numbers to the power of asterisk times equals straight integer numbers backslash open curly brackets 0 close curly brackets

Inkluusiosuhde syntyy:

straight natural numbers subset of straight integer numbers.

Jos numeroa edeltää +-merkki, luku on positiivinen. Positiiviset luvut sijaitsevat numeron 0 oikealla puolella olevalla akselilla.

Jos numeroa edeltää '-'-merkki, luku on negatiivinen. Negatiiviset luvut sijaitsevat luvun 0 vasemmalla puolella olevalla akselilla.

Huomaa: olemme samaa mieltä siitä, että positiivisten kokonaislukujen edessä olevaa '+'-merkkiä ei enää pitäisi kirjoittaa*.*

*Esimerkki:* +9 = 9; +37 = 37.

#### Kokonaisluvun itseisarvo

**Kokonaisluvun** itseisarvo tai moduuli on etäisyys origosta sen sijaintiin numeroviivalla.

*Esimerkkejä:*

open vertical bar negative 2 close vertical bar equals 2
open vertical bar plus 4 close vertical bar equals 4
open vertical bar negative 15 close vertical bar equals 15
open vertical bar 0 close vertical bar equals 0

**Kokonaisluvun x vastakohta on luku** -x, jotta *x+ (-x) = (-x)+x = 0.*

*Esimerkkejä:*

luvun 3 vastakohta on luku -3

luvun -5 vastakohta on numero 5

luvun 0 vastakohta on 0

Kaksi kokonaislukua ovat vastakkaisia, jos niillä on vastakkaiset merkit ja sama absoluuttinen arvo.

Positiivisen kokonaisluvun itseisarvo on tämä luku.

Negatiivisen kokonaisluvun absoluuttinen arvo on sen vastakohta.

Siksi se esiintyy millä tahansa kokonaisluvulla a:

open vertical bar a close vertical bar equals space left enclose negative a comma space d a c ă space a less than 0
space space 0 comma space d a c ă space a equals 0
space space a comma space d a c ă space a greater than 0. end enclose





#### Kokonaislukujen järjestys

Kaksi kokonaislukua a ja b ovat suhteessa a < b, jos niitä akselilla edustava b sijaitsee a:n oikealla puolella.

Vertaaksemme kahta kokonaislukua otamme huomioon seuraavat näkökohdat:

luku 0 on pienempi kuin mikä tahansa positiivinen kokonaisluku; esim: 0 < +5

kahden positiivisen kokonaisluvun välillä korkeamman moduulin omaava on suurempi; esim: 32 > 10

luku 0 on suurempi kuin mikä tahansa negatiivinen kokonaisluku; esim. 0 > -6

kahden negatiivisen kokonaisluvun välillä pienempi moduuli on suurempi; esim. -8 > -12

mikä tahansa positiivinen kokonaisluku on suurempi kuin mikä tahansa negatiivinen kokonaisluku; esim. 7 > -14.

#### Operaatiot kokonaislukujen kanssa

#### Yhteen-ja vähennyslasku

*1. Samanmerkkisten kokonaislukujen yhteenlasku*

*Jos haluat lisätä kaksi kokonaislukua samalla merkillä, lisää niiden moduulit, jolloin tuloksena on yhteinen merkki.*

*Esimerkkejä:*

left parenthesis plus 2 right parenthesis plus left parenthesis plus 8 right parenthesis equals plus 10
left parenthesis negative 3 right parenthesis plus left parenthesis negative 5 right parenthesis equals negative 8

*2. Erimerkkisten kokonaislukujen yhteenlasku*

*Jos haluat lisätä kaksi kokonaislukua eri etumerkillä, vähennä niiden moduulit, jolloin tuloksena on luvun etumerkki, jolla on suurempi moduuli.*

*Esimerkkejä:*

5 plus left parenthesis negative 3 right parenthesis equals 2
minus 9 plus 3 equals negative 6

Havainto: kahden vastakkaisen kokonaisluvun summa on yhtä suuri kuin 0.

Kokonaislukujen summauksen ominaisuudet

assosiatiivisuus: a+(b+c) = (a+b)+c, mitkä tahansa kokonaisluvut ovat a, b, c

kommutatiivisuus: a+b = b+a, mitkä tahansa kokonaisluvut ovat a și b

luku 0 on neutraali alkio: a+0 = 0+a =a, mikä tahansa kokonaisluku on a.

3. Kokonaislukujen vähentäminen

Kokonaisluvun vähentäminen vastaa luvun vastakohdan lisäämistä.

Esimerkkejä*:*

left parenthesis negative 8 right parenthesis minus left parenthesis plus 3 right parenthesis equals left parenthesis negative 8 right parenthesis plus left parenthesis negative 3 right parenthesis equals negative 11
9 minus left parenthesis negative 5 right parenthesis equals 9 plus left parenthesis plus 5 right parenthesis equals 14

(lisäsimme vähennykseen dekrementin vastakohtaa).

#### Kerto- ja jakolasku

*Kahden samanmerkkisen kokonaisluvun tulo on positiivinen kokonaisluku, jonka moduuli saadaan kertomalla kahden luvun moduuli.*

*Esimerkkejä:*

left parenthesis plus 3 right parenthesis times left parenthesis plus 7 right parenthesis equals plus 21
left parenthesis negative 5 right parenthesis times left parenthesis negative 6 right parenthesis equals plus 30

*Kahden erimerkkisen kokonaisluvun tulo on negatiivinen kokonaisluku, jonka moduuli saadaan kertomalla kahden luvun moduuli.*

*Esimerkkejä*:

left parenthesis negative 2 right parenthesis times left parenthesis plus 9 right parenthesis equals negative 18
3 times left parenthesis negative 5 right parenthesis equals negative 15

*Kokonaislukujen kertolaskuominaisuudet*

*Olkoot a, b, c kokonaislukuja. Seuraavat ominaisuudet esiintyvät:*

*kommutatiivisuus: a·b = b·a*

*assosiatiivisuus: (a·b)·c = a·(b·c)*

*numero 1 on neutraali alkio: a·1 = 1·a = a*

*kertolasku jakautuu yhteen- ja vähennyslaskuun: a·(b+c)=a·b+a·c ja a·(b-c)=a·b-a·c*

*Kokonaislukujen jako*

*Kahden samanmerkkisen kokonaisluvun summa on positiivinen kokonaisluku, jonka moduuli saadaan jakamalla näiden kahden luvun moduuli.*

*Esimerkkejä:*

left parenthesis plus 35 right parenthesis colon left parenthesis plus 7 right parenthesis equals plus 5
left parenthesis negative 63 right parenthesis colon left parenthesis negative 9 right parenthesis equals plus 7

*Kahden erimerkkisen kokonaisluvun summa on negatiivinen kokonaisluku, jonka moduuli saadaan jakamalla näiden kahden luvun moduuli.*

*Esimerkkejä:*

left parenthesis plus 72 right parenthesis colon left parenthesis negative 9 right parenthesis equals negative 8
left parenthesis negative 32 right parenthesis colon 8 equals negative 4![plus times plus equals plus
minus times negative equals plus
plus times negative equals negative
minus times plus equals negative
](data:image/png;base64,iVBORw0KGgoAAAANSUhEUgAAAE4AAABiCAYAAAD+xOVQAAABOUlEQVR4Xu3ZQW7EIAwF0Nz/Ij1mq0rtxjJJcAhJJu9JfzMDGMwuLEvbd/zhBDNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WEOlxu+crfSqzGnqWezrL716apzp0D7irWVp2fr/X1wvywyxZpayQ5N3qtSIB8zSqzKnaehiDTNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WMOMGnvcZR8AAAAAPJrPTEWvaFx8b8jSqzJniOpz4V2UGhdvK8uW3nFrmSHWzPJx4gGz9KrMYdG4Mo0r0jgAAACAw3xiKdK4ors3Lr4vZLlEpfDTnwdL4m1l2dI7bi0zxJpZupUmTRQPmOUSlxV+Oo0r0jgAAAAAbs4nrCKNK6o0Lr4vZHmM6vPgow4ZxdvKsqV33FpmiDWz3Fplg/GAWT7eKw55Bo0r0jgAAAAAAOBVfgAYSfBNAmcV9gAAAABJRU5ErkJggg==)

**Johtopäätös:** merkkisääntö pätee sekä kokonaislukujen kerto- että jakolaskussa ja se on seuraava:

*c) Kokonaislukujen nostaminen potenssiin* a to the power of n equals stack a times a times a times... times a with underbrace below
space space space space space space space space space space space space space space space space space space n space o r i

Olkoon a kokonaisluku ja n luonnollinen luku nolla.

a- sitä kutsutaan pohjaksi

n- kutsutaan eksponenttiksi

Esimerkkejä*:*

left parenthesis plus 2 right parenthesis to the power of 5 equals 2 to the power of 5 equals 2 times 2 times 2 times 2 times 2 equals 32

*Huomautukset:*

*1. Kun korotamme positiivisen luvun potenssiin, tulos on aina positiivinen luku.*

*2. Kun korotamme negatiivisen luvun potenssiin, meillä on kaksi mahdollista tilannetta:*

*jos eksponentti on parillinen luku, tulos on positiivinen*

*jos eksponentti on pariton luku, tulos on negatiivinen*

left parenthesis negative a right parenthesis to the power of n equals open curly brackets table attributes columnalign left end attributes row cell space space space a to the power of n comma space n minus p a r end cell row cell negative a to the power of n comma space n minus i m p a r end cell end table close a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space n element of straight natural numbers

*Esimerkkejä:*

*left parenthesis negative 2 right parenthesis to the power of 5 equals negative 32
left parenthesis negative 2 right parenthesis to the power of 6 equals 64
left parenthesis negative 1 right parenthesis to the power of 2015 equals negative 1
left parenthesis negative 1 right parenthesis to the power of 2016 equals 1*

*Tehon laskentasäännöt*

a to the power of m times a to the power of n equals a to the power of m plus n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m colon a to the power of n equals a to the power of m minus n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers comma space m greater or equal than n right parenthesis

open parentheses a to the power of m close parentheses to the power of n equals a to the power of m times n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m times b to the power of m equals left parenthesis a times b right parenthesis to the power of m space left parenthesis a comma b element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m colon b to the power of m equals left parenthesis a colon b right parenthesis to the power of m space left parenthesis a comma b element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of 0 equals 1 space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times right parenthesis

a to the power of 1 equals a space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times right parenthesis

#### Kokonaislukuoperaatioiden suoritusjärjestys

Kokonaislukujen toimintojen suoritusjärjestys on sama kuin luonnollisille luvuille:

ensin laskemme eksponentioarvot (3. asteen operaatiot)

sitten suoritamme kerto- ja jakolaskut (toisen asteen operaatiot)

lopussa suoritamme yhteen- ja vähennyslaskuja (ensimmäisen asteen operaatiot).

Jos harjoituksessa on myös sulkeita, teemme ensin suluissa olevat toiminnot, sitten hakasulkeissa olevat operaatiot ja sitten hakasulkeet.

**Sovellus**

Kauppakeskuksessa on 8 tasoa: pohjakerros, 5 kerrosta, mezzanine ja maanalainen parkkipaikka. Henkilö 4. kerroksessa laskeutuu 6 tasoa. Minkä tason se saavutti?

Ratkaisu:

Edustamme 8 tasoa pystysuoralla "akselilla". 4. kerroksessa oleva henkilö laskeutuu 6 tasoa alas maanalaiselle pysäköintialueelle.

5

Lattia 5

4

Lattia 4

3

Lattia 3

2

Lattia 2

1

Lattia 1

0

Maantaso

-1

Puolikellari

-2

Pysäköinti

#### Yhtälöiden/epäyhtälöiden ongelmien ratkaiseminen kokonaislukujen kontekstissa

A1. Verenpainemittari maksaa paristoineen 155 leikkiä ja verenpainemittari on 135 leiä akkua kalliimpi. Määritä pariston hinta ja tensiometrin hinta seuraavilla tavoilla:

Käyttämällä segmenttiesitystä, annettu;

Olkoon musta segmentti tensiometrin hinta ja sininen akun hinta.

Joko segmentti punaisella, hinta 2, eli 155 lei. Vihreä segmentti edustaa 135 leikkiä.

Merkitse x:llä pariston hinta leeinä, ilmaise tensiometrin hinta akun hinnan funktiona, muodosta yhtälö, joka ilmaisee ongelman matemaattisella kielellä, ratkaise yhtälö ja muotoile vastaus. Tarkista lopuksi saadut hinnat.

A2. Kolmen peräkkäisen luonnollisen luvun summa on pienempi kuin 19. Määritä kolme lukua suorittamalla seuraavat vaiheet:

a) Merkitse x:llä pienin luku ja ilmaise sen avulla seuraavat kaksi numeroa;

b) Muodosta epäyhtälö, joka ilmaisee ongelman matemaattisella kielellä ja ratkaise se

epätasa-arvo;

c) Muotoile vastaus;

d) Tarkista saadut tulokset;

e) Määritä mitä muuta tuntematonta olisi voitu merkitä x:llä ja ratkaise ongelma siinä tapauksessa;

f) Ratkaise tehtävä muilla tutkituilla menetelmillä (kuvannollinen, kokeellinen jne.).

Vaiheet ongelmien ratkaisemisessa yhtälöiden (epäyhtälöiden) avulla ovat seuraavat:

1. Tunnettujen ja tuntemattomien tietojen tunnistaminen ongelmalausekkeesta.

2. Tuntemattoman määrittäminen (merkitty yleensä x:llä) ja muiden tuntemattomien (jos sellaisia ​​on) ilmaiseminen sitä käyttämällä.

3. Yhtälön/epäyhtälön muodostaminen, joka transkriptoi ongelman matemaattisella kielellä.

4. Yhtälön / epäyhtälön ratkaiseminen.

5. Ratkaisun (ratkaisujen) tulkitseminen ja vastauksen muotoileminen ongelmaan.

6. Tehtävän alkuperäisessä (prosessoimattomassa) muodossa saatujen ratkaisujen tarkistaminen.

***Esimerkki:***

Ostin kaupasta karkkeja, vohveleita ja mehua ja maksoin yhteensä 123 leikkiä. Vohvelit olivat 9 leikkiä halvempia kuin kaksinkertainen karkkimäärä ja mehu 6 lei kalliimpaa kuin kolminkertainen määrä karkkeja. Paljonko kukin maksoi?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Vaihe 1. Tunnettujen ja tuntemattomien tietojen tunnistaminen ongelmalausekkeesta.

Tiedämme: vohvelien ja mehun kokonaiskustannukset ja hinnat karamellien hintaan verrattuna.

Vaihe 2. Tuntemattoman määrittäminen (merkitty yleensä x:llä) ja muiden tuntemattomien (jos sellaisia ​​on) ilmaiseminen käyttämällä sitä. Merkitsemme x:llä karkkien hintaa. Silloin vohvelien hinta, joka on 9 vähemmän kuin kaksinkertainen karamellihintaan, on 2x – 9 ja mehun hinta, joka on 6 enemmän kuin kolminkertainen karamelliin verrattuna, on 3x + 6.

Vaihe 3. Yhtälön/epäyhtälön muodostaminen, joka transkriptoi ongelman matemaattisella kielellä. Kun kokonaismäärä on 123, päättelemme, että x + (2x – 9) + (3x + 6) = 123.

Vaihe 4. Yhtälön / epäyhtälön ratkaiseminen.

x + 2x – 9 + 3x + 6 = 123 ⇔ 6x – 3 = 123 ⇔ 6x = 126 și x = 21.

Vaihe 5. Tulkitse ratkaisu(t) ja muotoile vastaus ongelmaan. Karamellit maksavat 21 leikkiä, vohvelit 2 21 – 9 = 42 – 9 = 33 lei ja mehu 3 21 + 6 = 63 + 6 = 69 lei.

Vaihe 6. Tarkista ongelman alkuperäisessä (prosessoimattomassa) muodossa saadut ratkaisut. Laskemme kokonaissumman: 21 + 33 + 69 = 33 + 90 = 123. Määritetyt kustannukset ovat siis oikein.

Teatterikerho veloittaa sisäänpääsymaksun esitykseen 4 €/opiskelija. Kerho lainasi vanhemmilta 400 euroa pukuja, kuntosalia ja tarvikkeita varten. Esityksen jälkeen hän palautti lainan vanhemmilleen ja sai 100 euroa. Kuinka monta katsojaa oli esityksessä?

Perustetaan tunnettu data, tuntematon, tuntematon, jota merkitään x:llä, yhtälö. Ratkaisemme yhtälön ja tulkitsemme ratkaisun.

Etsi kaksi kokonaislukua tietäen, että toinen on kolminkertainen toinen ja niiden summa on –36.

Ratkaisu: Jos merkitsemme yhtä luvuista x:llä, toinen on 3x, saamme yhtälön

x + 3 x = – 36. Näin ollen, kun jokaiseen termiin lisätään 2, saadaan 4 x = – 36. Luku on siis x

= – 36 : 4 = – 9, ja toinen on – 9  3 = – 27. Todellakin, – 9 + 3 (– 9) = – 36.

Jos kokonaisluvun ja 3:n tulosta vähennetään 2, saadaan luku väliltä –8 ja 7. Etsi kokonaisluvut, jotka vahvistavat tämän ehdon.

Ratkaisu: Kun tuntematon kokonaisluku merkitään x:llä, lausekkeen ehto kirjoitetaan muodossa:

– 8 < 3 x – 2 < 7. Tästä päättelemme, että ‒ 8 + 2 < 3x < 7 + 2 – 6 < 3x < 9 și – 2 < x < 3.

x poate fi– 1, 0, 1, 2.

#### Työarkki

1. Kokonaisluvun ja 130:n summa on –15. Määrittää kokonaisluvun.

2. Ero 59:n ja kokonaisluvun välillä on 19. Määritä kokonaisluku.

3. Kokonaisluvun ja –7 tulo on 56. Määritä kokonaisluku.

4. Kokonaisluvun ja 8:n välinen osamäärä on –3. Määrittää kokonaisluvun.

5. Etsi negatiiviset kokonaisluvut, jotka lisättynä 3:een antavat vähintään –1.

6. Etsi positiiviset kokonaisluvut, joista jos vähennät 5, saat enintään 2.

7. Jos kokonaisluvun kaksoisluku lisätään 3:een, tuloksena on luku väliltä –5 ja 5. Selvitä nämä luvut.

8. Etsi kokonaisluvut, joiden tila on pienempi kuin 5 kuin 13.

9. Etsi kokonaisluvut, joiden tila on – 5 pienempi kuin –2.

10. Etsi kokonaisluvut, joiden moodi on 3 suurempi kuin 7.

11. Määritä suurin negatiivinen kokonaisluku, joka jaettuna 5:llä ja 7:llä antaa jäännöksen 1.

12. Lukujen 2, x, –6 ja 8 aritmeettinen keskiarvo on 2. Etsi kokonaisluku x.

13. Kolmen kokonaisluvun aritmeettinen keskiarvo on 4. Etsi yksi luvuista tietäen, että kahden muun aritmeettinen keskiarvo on –2.

14. Etsi kokonaisluku, joka lisättynä lukuihin 15, 21 ja 18 saa niiden ritmeettisen keskiarvon kasvamaan kahdella.

15. Jos 2 oppilasta istuu jokaisessa luokan penkissä, 3 oppilasta jää seisomaan ja jos 3 oppilasta sijoitetaan penkkiin, 4 penkkiä jää vapaaksi. Kuinka monta penkkiä ja kuinka monta oppilasta luokassa on?

16. Elokuvalippu maksaa 18 leikkiä ja teatterilippu 45 leiä. Selvitä, kuinka monta teatterilippua on saatavilla osta 5 elokuvalipusta maksetulla summalla.

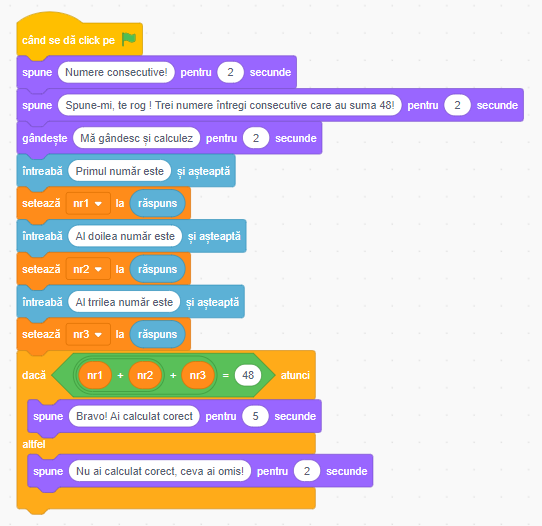
17. Kolmen peräkkäisen parittoman kokonaisluvun summa on –33. Ota selvää kolmesta numerosta..

#### Scratch projekti

Mallina seuraava skenaario: Vihreällä taustalla, jonka otsikko on "Peräkkäiset numerot", hahmo sanoo "Kerro minulle, kiitos! Kolme peräkkäistä kokonaislukua, joiden summa on 48 (jossa 48 valitaan satunnaisesti 1000 asti). Ja odottaa vastausta (pilkuilla eroteltu luettelo), jota seuraa sopiva kommentti "Bravo !" tai "Vau! Sen piti olla ..." (seuraava oikea arvo, meidän tapauksessamme se olisi 15,16,17).

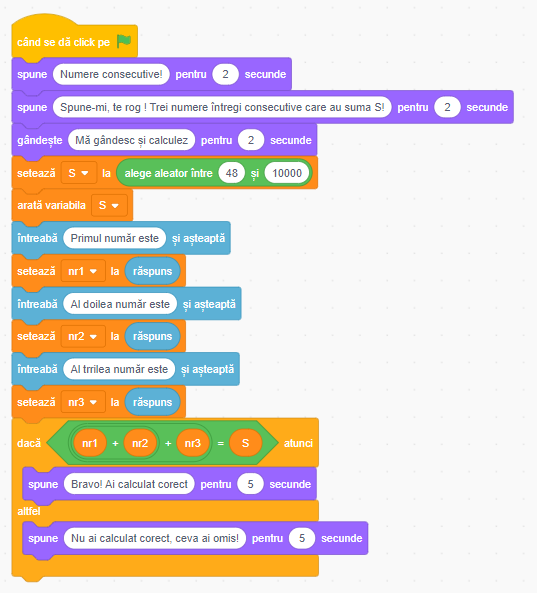
Projektin toteutus:

Tiedän, että summa on 48



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Satunnaislaskin valitsee luvun väliltä 48 ja 1000



#### Lähteet

<http://fs.unm.edu/EnciclopediaNumerelor.pdf>

<https://drive.google.com/file/d/1sdynPztLBAxrSM1I7--UhevQkjp7zwpO/view> **- edupedu käsikirja**

<https://www.matera.ro/2019/12/numere-intregi/>

#### Arviointitesti – malli 1

Ovatko seuraavat lauseet totta vai tarua?

(-19) + (-43) = -56

(-81) : (+27) = -3

(-3)2 2 – (-2)3  = -26 (6p)

7 peräkkäisen kokonaisluvun summa on 0. Ympyröi oikea vastaus:

lukujen tulo on -3;

lukujen tulo on 0;

lukujen tulo on 3;

lukujen tulo on -1: (6p)

Yhdistä sarakkeen A kutakin yhtälöä vastaava numero sarakkeen B ratkaisua vastaavaan kirjaimeen:

|  |  |
| --- | --- |
| **A**  4x+3=6x–7  –2 x–8=4x+4  |x|=4  6x–2=4  x:5= -3 | **B**  -2  -15  1  5  -4; +4 (5p) |

a) Vastakohtansa yhtä suuri kokonaisluku on .........

b) Kokonaisluvun ja sen vastakohdan välinen summa on ...............

c) Kahden kokonaisluvun tulo on 0, jos............... (6p)

Suorita seuraavat harjoitukset:

Määritä x:n kokonaislukuarvot, joille . (6p)

Yhtälön ratkaisemiseksi equation . (7p)

Joko väkijoukkoja: A=

B= {

Laskea AB (14p)

*Työaika 50 min.*

*KAIKKI YHTEENSÄ 50p.*

**KORJAUSVAIKKA**

a) väärä 2p

b) totta 2p

c) väärä 2p

Ympyröimään vastaus b) 6p

Pareille: 1→d 1p

2→a 1p

3→e 1p

4→c 1p

5→b 1p

a) 0 2p

b) 0 2p

c) jos yksi luvuista on 0 2p

I. x  D8 2p

x{±1; ±2; ±4; ±8 4p

II. | 10 2p

2(3x+1)=5(x+7)-50 2p

6x+2=5x+35-50 1p

6x-5x=35-50-2 1p

x=-17 1p

III. 2x-5>-15

2x>-10 2p

x>-5 2p

A = {-4; -3; -2; -1; 0;.................. 2p

3x+1≤8

3x≤7 2p

x≤ 2p

B = {....................-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2 2p

AB= {-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2 2p

***Testin nomogrammi ohjelman kohteilla.***

Kaikki yhteensä 50p. Arvosanalle 5 asetamme 50 % kokonaismäärästä.

Chart, diagram

Description automatically generated with medium confidence So 

Testi annettiin yhteensä 24 opiskelijalle.

Saadut arvosanat ovat pisteiden mukaan:

luokka 5\_ \_ \_ \_ \_ - 2 luokka

6 \_ \_ \_ \_ \_ - 4 merkit

7 \_ \_ \_ \_ \_ - 6 muistiinpanoja

8 \_ \_ \_ \_ \_ - 5 merkit

9 \_ \_ \_ \_ \_ - 4 arvosanat

10 \_ \_ \_ \_ \_ - 3 muistiinpanoja

Arvosanakäyrä:

Chart, engineering drawing, line chart

Description automatically generated with medium confidence

**Arviointitestin hallinnon tulosten analysointi**

1. Motivaatio

Suorittamassani kokeessa otin huomioon matematiikan tieteenalan, 7. luokalla, 1. lukukaudella yhden oppiaineen opinnäytetyön opetussuunnitelmassa vaaditut sisällöt.

Rakensin tämän dokimologisen testin, jonka tarkoituksena oli tarkistaa opiskelijoiden suoritukset tukeakseni opinnäytetyötä yhdellä aineella. Seurasimme myös oppimisyksikön sisältämien sisältöjen tietoasteen mittausta: "Kokonaisluvut".

2. Arviointitavoitteiden muotoilu.

Opintojakson suoritettuaan opiskelija osaa:

Todistaa, että hän on hallinnut oppimisyksikön sisällön;

Huomauttaa ja perustella oppimisyksikön pisteiden välillä syntyviä yhteyksiä;

Tehdä vastaavuus oppimisyksikön eri kohtien välillä;

Valitse kaavojen luettelosta testiin sopivat;

Strukturoidun esseen kirjoittaminen.

3. Toimivia oletuksia

Kohteiden ongelmien ratkaisemista koskevat edustavat sisällöt valittiin koulun opetussuunnitelmasta. Opiskelijoiden älylliset kyvyt ylittävät keskimääräisen tason. Kaikki luokan oppilaat voivat saada yli 5 arvosanaa.

4. Kokeen kokeminen

Se suoritettiin otokselle, jossa oli 24 oppilasta 7. luokasta A Elena Cuza National Collegesta, sektori 6, Bukarest.

**F. Tilastollinen analyysi ja testin parantaminen**

Testattujen opiskelijoiden määrä: 24

Painotettu keskiarvo:

A picture containing text

Description automatically generatedA picture containing text

Description automatically generated=A picture containing text, watch

Description automatically generated==7,58

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Huomautus | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nro muistiinpanoista | 2 | 4 | 6 | 5 | 4 | 3 |

Tulokset kohteittain:

Testi sisälsi kaikki tavaraluokat.

***1.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Tuoteluokka | Kohteen tyyppi | Ei oikeat ratkaisut | Onnistumisprosentti |
| Vastalause | Kaksinkertaisella valinnalla | 24 | 100% |

Lähtökohdan, avaimen ja häiriötekijöiden sanamuoto oli oikea.

Johtopäätös: koska kaikkien opiskelijoiden vastaukset olivat oikeita, päätellään, että valitut asiat eivät vastanneet arvioitavan luokan opiskelijoiden taipumustasoa.

Suositukset: kohteiden muotoilu, joissa vaaditaan monimutkaisempia ajattelutoimintoja.

***2.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Tuoteluokka | Kohteen tyyppi | Ei oikeat ratkaisut | Onnistumisprosentti |
| Vastalause | Monivalinta | 21 | 87,5% |

Kohteet muotoiltiin oikein.

Lähtökohdat ja vastaukset olivat samalla sivulla.

Johtopäätös: pyydetyt kohteet olivat arvioidun luokan oppilaiden taipumustasolla.

Suositus: muotoile joitain kohtia vaatimaan monimutkaisempia ajattelutoimintoja.

***3.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Tuoteluokka | Kohteen tyyppi | Ei oikeat ratkaisut | Onnistumisprosentti |
| Vastalause | pariutumisesta | 18 | 75% |

The items were formulated correctly, the proposals in the second column being plausible, anticipating calculation errors that may occur.

Johtopäätös: yleisimmät virheet tapahtuivat siirrettäessä termejä jäseneltä toiselle.

Suositus: tunnilla suoritetaan useita tämän tyyppisiä harjoituksia

***4.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Tuoteluokka | Kohteen tyyppi | Ei oikeat ratkaisut | Onnistumisprosentti |
| Avoimella vastauksella | epätäydellinen | 16 | 66,6% |

Kohdat oli muotoiltu selkeästi, mikä mahdollisti myös selkeät vastaukset ilman epäselvyyden riskiä.

Johtopäätös: vastausten hämmennykset osoittavat, että tiedon assimilaatio ei riitä, vaatii enemmän huomiota.

Suositus: vaaditaan kokonaislukutoimintoihin liittyvän tiedon päivittämistä.

***5.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Tuoteluokka | Kohteen tyyppi | Ei oikeat ratkaisut | Onnistumisprosentti |
| Avoimella vastauksella | täysin kehittynyt | 5 | 25% |

Tämä viimeinen aihe rakentui alakohtiin. Aineen ensimmäiseen kohtaan 23 opiskelijaa vastasi oikein.

Kohdassa II 16 opiskelijaa vastasi oikein, 5 oppilasta oli väärässä vasta lopussa.

Kohta III aiheutti kuitenkin enemmän ongelmia opiskelijoille.

Suositukset: useiden esineen III tyyppisten harjoitusten suorittaminen luokassa ja paluu käsitteisiin joukoista ja operaatioista sarjoilla.

#### Arviointitesti – malli 2

**1p** **1**. a) Kirjoita luvun vastakohta +124

b) Kirjoita luvun moduuli | -76 |

**1p** **2**. Kirjoita kokonaisluvut, jotka ovat suurempia tai yhtä suuria kuin -3 ja pienemmät tai yhtä suuret kuin 1.

**1p** **3**. Järjestä seuraavat kokonaisluvut nousevaan järjestykseen: -2; 0; -7; +4; 12; -11; +7; -8

**2p** **4**. Aseta yksi merkeistä >, <, = niin, että alla olevat lauseet ovat tosia::

– 5 -4 b) - 1 1 c) 0 -3 d) 1 | -8 |

**2p** **5.** Laskea:

a) (+4) + (-9) = f) ( -40) : ( -10)=

b) (+1) - (-7)= g) (-2)2 =

c) -15-6 = h) 20150 =

d) -9 + │-3│= i) -52 =

e) (- 6) ∙( +7) = j) (-3)37 :(-3)35 =

**3p 6.** Laskea:

a) 

b) 

c) · =

d) 

e) (-2)101:299-10∙{ -3-3∙[(-3)5:34-2]}