

**Miten murtoluvut vertaavat keskenään?**

Koululuokka: K7/K8

**Sisältöt**

[Miten positiivisia murtolukuja verrataan? 3](#_Toc126241801)

[Miten negatiiviset murtoluvut vertaavat keskenään? 4](#_Toc126241802)

[Murto-osan vahvistaminen ja yksinkertaistaminen 4](#_Toc126241803)

[Mitä murtolukuja voidaan yksinkertaistaa? Pelkistymättömät jakeet. 5](#_Toc126241804)

[Miksi yksinkertaistamme murto-osaa? 6](#_Toc126241805)

[Miten kahta murtolukua verrataan toisiinsa? 7](#_Toc126241806)

[1. Eri merkkien murto-osat 7](#_Toc126241807)

[2. Yksi fraktio on alayksikkö, toinen on suprayksikkö 7](#_Toc126241808)

[3. Murtoluvut, joilla on samat osoittajat, mutta myös samat nimittäjät 7](#_Toc126241809)

[4. Murtoluvut, joilla on eri osoittajat, mutta samat nimittäjät 7](#_Toc126241810)

[5. Murtoluvut, joilla on eri nimittäjät, mutta samat osoittajat 8](#_Toc126241811)

[6. Murtoluvut eri nimittäjillä ja osoittajilla 8](#_Toc126241812)

[*Esimerkki*, vertaa saman merkin kahta alayksikkömurtolukua eri nimittäjillä ja osoittajilla ja selitysten kanssa: 16/24 vs. 45/75 9](#_Toc126241813)

[Teoria: Useiden tavallisten murtolukujen lajittelu 10](#_Toc126241814)

[Kuinka lajitella useita murtolukuja? 10](#_Toc126241815)

[Esimerkki kolmen positiivisen alayksikkömurtoluvun lajittelemisesta eri nimittäjillä ja osoittajilla sekä selityksiä 11](#_Toc126241816)

[Lähteet 12](#_Toc126241817)

[Esimerkkejä 12](#_Toc126241818)

[Harjoituksia ja ongelmia 14](#_Toc126241819)



### **Miten positiivisia murtolukuja verrataan?**

* Jos kahdella positiivisella murtoluvulla on sama nimittäjä, niin murto, jolla on suurempi osoittaja, on suurempi kuin toinen: 2/7 < 6/7. Miksi? 7 osaa suuremmasta numerosta, 6, on aina suurempi kuin 7 osaa pienemmästä numerosta, 2;
* Jos kahdella positiivisella murtoluvulla on sama osoittaja, murto, jolla on suurempi nimittäjä, on pienempi kuin toinen: 5/9 < 5/7. Miksi? Kun jaamme saman määrän, 5, harvempiin osiin, 7, tulos on suurempi kuin jakamalla se useampaan osaan, 9;

Kun kyseessä on kaksi positiivista murtolukua, joilla on eri osoittajat ja nimittäjät:

* mikä tahansa positiivinen alayksikköfraktio (joka on pienempi kuin 1) on pienempi kuin mikä tahansa ekviyksikköfraktio (joka on yhtä suuri kuin 1), joka puolestaan ​​on pienempi kuin mikä tahansa superyksikköfraktio (joka on suurempi kuin 1):

3/7 < 1 < 5/2

* jos murtoluvut ovat molemmat ala- tai superyksikköjä, ne tuodaan ensin samaan nimittäjään, murto, jolla on suurempi osoittaja, on suurempi kuin toinen:

8/9 ? 5/7

(8 × 7) / (9 × 7) ? (5 × 9) / (7 × 9)

56/63 > 45/63

8/9 > 5/7

### **Miten negatiiviset murtoluvut vertaavat keskenään?**

* Jos kahdella negatiivisella murtoluvulla on sama nimittäjä, niin murto, jolla on suurempi osoittaja, on pienempi kuin toinen: - 2/7 > - 6/7
* Jos kahdella negatiivisella murtoluvulla on sama osoittaja, murto, jolla on suurempi nimittäjä, on suurempi kuin toinen: - 5/9 > - 5/7

Kun kyseessä on kaksi negatiivista murtolukua, joilla on eri osoittajat ja nimittäjät:

* mikä tahansa negatiivinen alayksikköfraktio (joka on suurempi kuin -1) on suurempi kuin mikä tahansa negatiivinen ekviyksikköfraktio (joka on yhtä suuri kuin -1), joka puolestaan ​​on suurempi kuin mikä tahansa negatiivinen superyksikköfraktio (joka on pienempi kuin -1):

- 3/7 > -1 > - 5/2

jos murtoluvut ovat molemmat ala- tai superyksikköjä, ne tuodaan ensin samaan nimittäjään, murto, jolla on suurempi osoittaja, on pienempi kuin toinen:

- 8/9 ? - 5/7

- (8 × 7) / (9 × 7) ? - (5 × 9) / (7 × 9)

- 56/63 < - 45/63

- 8/9 < - 5/7

**Vahvistus ja yksinkertaistaminen vastaaviin jakeisiin, esimerkkejä**

### **Murto-osan vahvistaminen ja yksinkertaistaminen**

Jos murto-osan A osoittaja ja nimittäjä ovat toisen murtoluvun B osoittajan ja nimittäjän kerrannaisia, sanotaan, että murto-osa A saatiin kertomalla murto-osa B.

Esimerkiksi:

8/9 = (8 × 5) / (9 × 5) = 40/45

Tässä tapauksessa sanotaan, että murtoluku 40/45 saatiin kertomalla murtoluku 8/9 - tarkemmin sanottuna kertomalla sekä osoittaja että nimittäjä numerolla 5.

Murtoluvun kertominen tarkoittaa murtoluvun sekä osoittajan että nimittäjän kertomista samalla nollasta poikkeavalla luvulla, jolloin tämä operaatio tuottaa vastaavan murtoluvun:

a/b = (a × c) / (b × c)

Vahvistuksen käänteistä toimintaa kutsutaan yksinkertaistamiseksi.

Yksinkertaistaminen tarkoittaa murtoluvun osoittajan ja nimittäjän jakamista samalla nollasta poikkeavalla luvulla, jolloin tämä operaatio tuottaa vastaavan murtoluvun.

a/b = (a : c) / (b : c)

Operaatio:

2/7 = (2 × 3) / (7 × 3) = 6/21

edustaa vasemmalta oikealle vahvistusta ja oikealta vasemmalle yksinkertaistamista.

### **Mitä murtolukuja voidaan yksinkertaistaa? Pelkistymättömät jakeet.**

Tavallista murtolukua, jossa osoittaja ja nimittäjä ovat koalkilukuja (niiden ainoa yhteinen tekijä on 1), kutsutaan redusoitumattomaksi murtoluvuksi, eikä sitä voida yksinkertaistaa.

Murtoluku 4/16 ei ole redusoitumaton ja sitä voidaan yksinkertaistaa, koska sekä 4 että 16 ovat jaollisia 4:llä.

Sitä vastoin murto-osa 4/5 on redusoitumaton eikä sitä voida yksinkertaistaa, koska 4:n ja 5:n ainoa yhteinen tekijä on 1.

Yhteenvetona voidaan todeta, että mikä tahansa murtoluku, jonka nimittäjä ja osoittaja sisältävät muita yhteisiä kertoimia kuin 1, voidaan yksinkertaistaa, eli luvut eivät ole alkulukuja.

### **Miksi yksinkertaistamme murto-osaa?**

Murtolukujen yksinkertaistaminen on tarkoitettu, koska tämä operaatio vähentää sekä nimittäjä että osoittajan arvoa, mikä helpottaa laskelmia, joissa vastaavia murtolukuja käytetään.

**Opi yksinkertaistamaan murtoluvut vastaaviksi muotoiksi. Pelkistymättömät jakeet. Yleiset päätekijät. Suurin yhteinen jakaja, CMMDC. Esimerkkejä**

***Murtolukujen yksinkertaistaminen. Vastaavat murtoluvut***

***Opitaan esimerkin avulla, yksinkertaistetaan murtoluku: 12/16***

Murtoluvun osoittaja. Murtoviivan yläpuolella olevaa lukua 12 kutsutaan murtoluvun osoittajaksi.

Murtoluvun nimittäjä. Murtoviivan alapuolella olevaa lukua 16 kutsutaan murtoluvun nimittäjäksi.

Murtoluvun arvo. Murtoluku 12/16 kertoo kuinka moneen yhtä suureen osaan murtoviivan yläpuolella oleva luku on jaettu: 12 jaetaan 16 yhtä suureen osaan. Näin ollen murto-osan arvo lasketaan muodossa:

12 : 16 = 0,75

Huomaamme, että kaksi numeroa, osoittaja ja nimittäjä, ovat tasan jaollisia kahdella, joten jaamme ne samalla luvulla, 2:

12/16 = (12 : 2)/(16 : 2) = 6/8

Murto-osan 6/8 arvo lasketaan seuraavasti:

6 : 8 = 0,75

Huomaa, että murto-osan arvo 6/8 on yhtä suuri kuin murto-osan arvo 12/16, i.e. 0.75

**Yksinkertaistettu murto-osa.** Vastaava murto-osa. Saatua murtolukua, 6/8, kutsutaan murtoluvuksi, joka vastaa alkuperäistä murtolukua 12/16, eli se edustaa samaa arvoa, samaa osuutta kokonaisuudesta ja saatiin alkuperäisestä murtoluvusta yksinkertaistamalla: molemmat osoittaja ja nimittäjä jaettiin luvulla 2.

## **Miten kahta murtolukua verrataan toisiinsa?**

### **1. Eri merkkien murto-osat**

Mikä tahansa positiivinen murto-osa on suurempi kuin mikä tahansa negatiivinen murto-osa:

ex: 4/25 > - 19/2

### **2. Yksi fraktio on alayksikkö, toinen on suprayksikkö**

Mikä tahansa superyksikköpositiivinen fraktio on suurempi kuin mikä tahansa ekviyksikköpositiivinen fraktio, joka puolestaan ​​on suurempi kuin mikä tahansa alayksikköpositiivinen fraktio:

ex: 44/25 > 1 > 19/200

Mikä tahansa yliyksikön negatiivinen fraktio on pienempi kuin mikä tahansa ekviyksikkönegatiivinen fraktio, joka puolestaan ​​on pienempi kuin mikä tahansa alayksikön negatiivinen fraktio:

ex: - 44/25 < -1 < - 19/200

### **3. Murtoluvut, joilla on samat osoittajat, mutta myös samat nimittäjät**

Murtoluvut ovat yhtä suuret:

ex: 89/50 = 89/50

### **4. Murtoluvut, joilla on eri osoittajat, mutta samat nimittäjät**

**Positiiviset murtoluvut:** osoittajia verrataan, suurempi murtoluku on se, jolla on suurempi osoittaja::

ex: 74/25 > 49/25

**Negatiiviset murtoluvut**: osoittajia verrataan, suurempi murtoluku on se, jolla on pienempi osoittaja

ex: - 19/25 < - 17/25

### **5. Murtoluvut, joilla on eri nimittäjät, mutta samat osoittajat**

**Positiiviset murtoluvut:** nimittäjiä verrataan, suurempi murtoluku on se jolla on pienempi nimittäjä:

ex: 24/25 > 24/26

**Negatiiviset murtoluvut:** nimittäjiä verrataan, suurempi murtoluku on se jolla on suurempi nimittäjä:

ex: - 17/25 < - 17/29

### **6. Murtoluvut eri nimittäjillä ja osoittajilla**

Jotta niitä voidaan verrata, murtoluvut on ensin saatettava samaan nimittäjään (tai jos se on helpompaa, samaan osoittajaan).

#### 1) Tarvittaessa yksinkertaista murtoluvut niiden yksinkertaisimpaan, pelkistymättömään ekvivalenttimuotoon.

* Kerro jokaisen murtoluvun osoittaja ja nimittäjä alkutekijöiksi, erityisesti eksponentien alkutekijöiden tulona.
* Laskee kunkin erillisen murtoluvun osoittajan ja nimittäjän suurimman yhteisen jakajan, CMMDC:n: kerro niiden yhteiset alkutekijät yksilöllisesti pienimpiin potenssiin.
* Laskemme yhden CMMDC:n jokaiselle yksittäiselle fraktiolle.
* Kutakin laskettua CMMDC:tä käytetään jakamaan kunkin murtoluvun osoittaja ja nimittäjä murtoluvun yksinkertaistamiseksi.
* Jaa kunkin murtoluvun osoittaja ja nimittäjä niiden suurimmalla yhteisellä jakajalla, CMMDC.
* Tässä vaiheessa murtoluvut yksinkertaistetaan yksinkertaisimpaan, pelkistymättömään ekvivalenttiin.
* Yksinkertaistamalla murto-osan arvoa ei muuteta, vaan saadaan vain vastaava murto-osa.2) Calculează cel mai mic multiplu comun, CMMMC, al tuturor numitorilor fracțiilor.
* CMMMC on verrattujen ekvivalenttien murtolukujen uusi nimittäjä.
* Jaa murtolukujen nimittäjät alkutekijöiksi, alkutekijöiden tuloiksi eksponenttikirjoituksessa.
* CMMMC:n laskemiseksi kerro kaikki nimittäjähajotuksessa näkyvät alkutekijät yksiselitteisesti suurimpiin potenssiin.3) Compară numărătorii noilor fracții echivalente.
* Tässä vaiheessa murtoluvut tuodaan samaan nimittäjään, joten jää vain verrata uusien murtolukujen osoittajia.
* Suuremmalla murtoluvulla on suurempi osoittaja, jos murtoluvut ovat positiivisia.
* Jos ne ovat negatiivisia, suurempi murtoluku on se, jonka osoittaja on pienempi.

### ***Esimerkki*, vertaa saman merkin kahta alayksikkömurtolukua eri nimittäjillä ja osoittajilla ja selitysten kanssa: 16/24 vs. 45/75**

#### 1) Yksinkertaistamme murtoluvut niiden yksinkertaisimpaan, pelkistymättömään ekvivalenttiin:

Murto-osa 16/24:

* Jaa osoittaja ja nimittäjä alkutekijöiden tuloksi eksponentiaalisessa merkinnässä:
* 16 = 24;
* 24 = 23 × 3;
* Laskee murtoluvun osoittajan ja nimittäjän suurimman yhteisen jakajan, CMMDC, kertomalla kaikki yhteiset alkutekijät pienimpiin potenssiin:
* CMMDC (16; 24) = CMMDC (24; 23 × 3) = 23;
* Jaa osoittaja ja nimittäjä suurimmalla yhteisellä jakajalla, CMMDC:
* 16/24 = 24 / (23× 3) = (24 : 23) / ((23× 3) : 23) = 2/3.

Murto-osa 45/75:

* Jaa osoittaja ja nimittäjä alkutekijöiden tuloksi eksponentiaalisessa merkinnässä:
* 45 = 32 × 5;
* 75 = 3 × 52;
* Laske murtoluvun osoittajan ja nimittäjän suurin yhteinen jakaja CMMDC, kerro kaikki niiden yhteiset alkutekijät pienimpiin potenssiin:
* CMMDC (45; 75) = CMMDC (32 × 5; 3 × 52) = 3 × 5;
* • Jaa osoittaja ja nimittäjä suurimmalla yhteisellä jakajalla, CMMDC:
* 45/75 = (32 × 5) / (3 × 52) = ((32 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 3/5.

Yksinkertaistetut murtoluvut ovat:

16/24 = 2/3;

45/75 = 3/5.

Yksinkertaistetut murtoluvut ovat alkuperäisiä murtolukuja vastaavia murtolukuja, joilla kullakin on sama arvo kuin alkuperäisellä murtoluvulla.

16/24 ≈ 0,67; 2/3 ≈ 0,67;

45/75 = 0,6; 3/5 = 0,6;

#### 2) Vertaa vastaavien murtolukujen osoittajia.

Koska murtoluvuilla on nyt sama nimittäjä, ei jää muuta kuin vertailla niiden osoittajia.

* 10 > 9 => 10/15 > 9/15 => 16/24 > 45/75.

**Opi lajittelemaan murtoluvut eri osoittajilla ja nimittäjillä nousevaan järjestykseen**

## **Teoria: Useiden tavallisten murtolukujen lajittelu**

## **Kuinka lajitella useita murtolukuja?**

* Murtolukujen lajittelu voi olla paljon helpompaa, jos ensin lajitellaan lajiteltavat jakeet luokkiin: positiiviset ja negatiiviset murtoluvut, yläyksikkö- ja alayksikkömurtoluvut.
* Yleisenä sääntönä:
* mikä tahansa positiivinen superyksikköfraktio on suurempi...
* o ... kuin mikä tahansa positiivinen ekvivalenttiluku, joka on suurempi ...
* o ... kuin mikä tahansa positiivinen alayksikköfraktio, joka on suurempi ...
* o ... kuin nolla, mikä on suurempi ...
* o ... kuin mikä tahansa negatiivinen alayksikköfraktio, joka on suurempi ...
* o ... kuin mikä tahansa negatiivinen ekvivalenttiluku, joka on suurempi ...
* o ... kuin mikään negatiivinen superyksikkömurto.
* Jos kaikki murtoluvut ovat eri luokista, lajittelu on erittäin helppoa yllä olevan säännön mukaisesti.
* Jos kussakin kategoriassa on useampi kuin yksi murtoluku, meidän on ensin verrattava kunkin luokan murtolukuja erikseen ja lajiteltava ne sitten yllä olevan säännön mukaisesti..

### **Esimerkki kolmen positiivisen alayksikkömurtoluvun lajittelemisesta eri nimittäjillä ja osoittajilla sekä selityksiä**

1/2 vs. 16/24 vs. 45/75

#### Yksinkertaistamme jokaisen jakeen erikseen:

* Jaa kunkin murtoluvun osoittaja ja nimittäjä alkutekijöiksi;
* Se jakaa osoittajan ja nimittäjän luvulla, joka saadaan kertomalla osoittajan ja nimittäjän yhteiset alkutekijät pienimpiin potenssiin - tämä on suurin yhteinen jakaja, CMMDC;
* Yksinkertaistamme murtolukua 1/2 - osoittaja ja nimittäjä ovat koalkilukuja, niillä ei ole yhteisiä alkutekijöitä, murtolukua ei voi yksinkertaistaa, se on redusoitumaton
* Yksinkertaistamme murtolukua 16/24 = 24 / (23× 3) = (24 : 23) / ((23× 3) : 23) = 2/3
* Yksinkertaistamme murtolukua 45/75 = (32 × 5) / (3 × 52) = ((32 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 3/5
* Tässä vaiheessa murtoluvut yksinkertaistetaan: 1/2, 16/24 = 2/3 și 45/75 = 3/5

#### Laskemme yksinkertaistamalla saatujen uusien murtolukujen nimittäjien pienimmän yhteiskerran, CMMMC:

* CMMMC tulee olemaan lajiteltujen murtolukujen yhteinen nimittäjä, jota voidaan kutsua myös pienimmäksi yhteiseksi nimittäjäksi.
* Puramme murtolukujen nimittäjät ja valitsemme yksilöllisesti kaikki alkutekijät korkeimpiin potenssiin kertomalla ne.
* 2 on alkuluku, sitä ei voi enää jakaa alkutekijöiksi.
* 3 on alkuluku, sitä ei voi enää jakaa alkutekijöiksi.
* 5 on alkuluku, sitä ei voi enää jakaa alkutekijöiksi.CMMMC (2; 3; 5) = 2 × 3 × 5 = 30.

# Lähteet

<https://mquest.ro/home/learnunitnew?id=32>

<https://mquest.ro/home/ch?c=6>

<https://www.scoalaintuitext.ro/blog/matematica-clasa-a-iii-a-2/>

# Esimerkkejä



Katso kuvaa ja kerro kuka söi vähemmän. Vladin syömät 3 viipaletta, eli 3/8 pizzasta, on vähemmän kuin 5 viipaletta, eli 5/8, jotka Radu söi.

So,  3/8 **<**5/8.  Tässä tapauksessa verrattiin yhtä suuria osia identtisistä kokonaisuuksista.

 Jos kokonaisuudet eivät ole samankokoisia, emme voi verrata niitä vastaavia murto-osia. Huomaa tämä seuraavassa esityksessä:

Yhdessä huomasimme, että:

Kahdesta murtoluvusta, joilla on sama nimittäjä, murto-osa, jolla on suurempi osoittaja, on suurempi.

Voimme verrata kahta murto-osaa vain, jos ne ovat saman kokonaisuuden yhtä suuria osia tai identtisiä kokonaisuuksia. Rodica auttoi isoisäänsä istuttamaan vihanneksia puutarhaan. Vihannekset jaettiin seuraavan kaavan mukaan:



Huomioimme, että:

● 2/10 puutarhan pinta-alasta he istuttivat papuja,

● tomaatti, 4/10 koko puutarhasta,

● 1/10 pinta-alasta on paprikat,

● he istuttivat kaalia 3/10:lle puutarha-alasta.

Suurin pinta-ala on tomaatteja (4/10) ja pienin paprikaa (1/10).

Näin lajittelemme vihannesten viljelyalaa vastaavat jakeet nousevaan järjestykseen:



# Harjoituksia ja ongelmia

1. Kirjoita ja vertaa sitten esitettyjä murtolukuja suhdemerkkejä käyttäen (<, >, = ) :



2. Täydennä murtoluvut niin, että seuraavat yhtälöt ovat tosia:



3. Kirjoita murto-osa pienempi kuin ja murto-osa suurempi kuin annetut:



4. Kirjoita kaikki murtoluvut, jotka ovat pienempiä tai yhtä suuria kuin 5/8.

5. Kirjoita värityksen esittämät murtoluvut nousevaan järjestykseen:



6. Laita murtoluvut 2/7 ja 6/7 välille laskevassa järjestyksessä.

7. Lajittele murto-osat, joiden nimittäjä 8 ja osoittaja on pariton luku, joka on pienempi kuin 6 nousevaan järjestykseen.



