****

**Ensimmäisen asteen toiminto ja**

**toisen asteen toiminto**

Koululuokka: K9

**Sisältö**

[**ENSIMMÄISEN LUOKAN TOIMINTO** 3](#_Toc126358725)

[**Määritelmä** 3](#_Toc126358726)

[Miksi "ensimmäisen asteen toiminto"? 4](#_Toc126358727)

[Ensimmäisen asteen funktion ominaisuudet 4](#_Toc126358728)

[**Ensimmäisen asteen funktion monotonisuus** 6](#_Toc126358729)

[***Huomautukset*** 7](#_Toc126358730)

[**Ensimmäisen asteen funktion merkki** 8](#_Toc126358731)

[Ensimmäisen asteen funktion arvot 8](#_Toc126358732)

[Vaihtopiste 9](#_Toc126358733)

[Käytännön esimerkkejä 10](#_Toc126358734)

[Etsi merkki seuraaville funktioille: 10](#_Toc126358735)

[**Ensimmäisen asteen epätasa-arvo** 11](#_Toc126358736)

[Miten laskemme? 11](#_Toc126358737)

[**II TUTKINTOIMINTO** 16](#_Toc126358738)

[Toisen asteen funktion määritelmä 16](#_Toc126358739)

[Toisen asteen funktion graafinen esitys 16](#_Toc126358740)

[Toisen asteen funktion minimi ja maksimi. Kuva toisen asteen funktiosta 17](#_Toc126358741)

[Astefunktion monotonisuus II 18](#_Toc126358742)

[Astefunktion kanoninen muoto II 18](#_Toc126358743)

[Paraabelin sijainti suhteessa Ox-akseliin. Kuvaajan leikkauspiste koordinaattiakseleiden kanssa. Toisen asteen funktion merkki II 18](#_Toc126358744)

[Juurien ja kertoimien väliset suhteet (Vièten suhteet). Toisen asteen funktion lineaarinen muoto. 21](#_Toc126358745)

[*Muotoepätasa-arvo ax2*+*bx+c* 0 (,,), opiskellut  tai reaalilukujen välein 22](#_Toc126358746)

[*Toisen asteen epäyhtälöjärjestelmät, joita tutkitaan reaalilukujen aikaväleillä* 22](#_Toc126358747)

[Toisen asteen yhtälöjärjestelmät 22](#_Toc126358748)

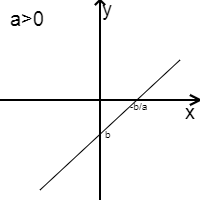
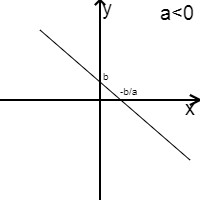
[Harjoitukset 25](#_Toc126358749)

# **ENSIMMÄISEN LUOKAN TOIMINTO**

**Määritelmä**

Toiminto f:R→R,f(x)=ax+b,a,b∈R,a≠0 kutsutaan ensimmäisen asteen funktioksi.

Ensimmäisen asteen funktion graafin geometrinen esitys on suora.

Jos a>0 funktio on tiukasti kasvava, ja jos a<0, funktio on tiukasti laskeva.

Ensimmäisen asteen funktio on vain tavallinen funktio, jolla on muoto:

f(x)=a⋅x+bf(x)=a⋅x+b, jossa a ja b ovat kaksi reaalilukua.

Nyt olisi hyvä, jos meillä olisi a≠0a≠0, koska jos se olisi 00, niin meillä olisi vain vakiofunktio, muotoa f(x)=bf(x)=b, joka palauttaa aina saman arvo.

Joitakin esimerkkejä ensimmäisen asteen funktioista olisivat:









## Miksi "ensimmäisen asteen toiminto"?

Kaikki tiivistyy siihen, mikä teho x:llä on. Meidän tapauksessamme se on 1:n potenssiin, nimittäin



Ensimmäisen asteen funktioon on myös liitetty yhtälö:



Esimerkiksi seuraaviin funktioihin jokaiseen on liitetty yhtälö:

 on yhtälö 

 tulee ecuation , missä a on 

Toiminto  on ensimmäisen asteen funktio kertoimilla .

Toiminto   on lineaarinen funktio .

Toiminto  on vakiotoiminto, kun 

## Ensimmäisen asteen funktion ominaisuudet

Ensimmäisen asteen funktio on loppujen lopuksi lineaarinen funktio. Tämä tarkoittaa, että sitä edustaa suora viiva ja että se jopa lainaa tällaisen funktion ominaisuuksia. Joiden joukossa::

Ensimmäisen asteen funktion kuvaaja on suora, jolla on kaltevuus, jonka voimme laskeacan

Yhtälölle , kaava  (oikean kaltevuus) on:



Ja funktion tapauksessa emme tee muuta kuin korvaamme sen  kanssa . Siten ensimmäisen asteen funktion suoran yhtälöstä tulee:



Itse asiassa suoran kaltevuus on x:n kerroin, eli a, funktion yleisestä muodosta. 

1. Funktion oikealla puolella olevan pisteen koordinaatit edustavat myös ratkaisua funktioon liitetylle yhtälölle.
2. Kuten normaalia, tällaisen funktion ratkaisu , edustaa pisteen koordinaatteja funktion kaaviossa. Tämä tarkoittaa, että nämä luvut edustavat myös funktioon liitetyn yhtälön ratkaisua.
3. Tarkemmin, jos meillä on funktio  ja otamme arvon x, sanotaan , sitten pointti  kuuluu funktion kuvaajaan ja on myös yhtälön ratkaisu 
4. Ensimmäisen asteen funktion esittämiseksi meidän on löydettävä kuvaajan leikkauspiste akselien kanssa.

Koska tämän funktion kuvaaja on suora, tarvitsemme 2 pistettä esittääksemme sen oikein. Ja helpoimmin selvitettävät kohdat ovat kaavion ja akselien leikkauspisteet.

Esimerkiksi varten  , meillä tulee olemaan:

* leikkauspiste y-akselin kanssa, kun ,

merkitys  ja meillä on pointti 

* ja leikkauspiste x-akselin kanssa, kun 

nimittäin  siitä käy ilmi  ja meillä on edelleen pointti

# **Ensimmäisen asteen funktion monotonisuus**

Kun haluamme oppia lisää toiminnosta, on tärkeää huomata sen yksitoikkoisuus.

Eli jos funktio kasvaa tai pienenee.

Ensimmäisen asteen funktion monotonisuus saadaan a, x:n kertoimella, nimittäin:

* Kun a>0, funktio kasvaa ↗
* Tai kun a<0 funktio pienenee ↘

Jos ajattelemme f(x):tä suoran yhtälönä, niin aa olisi suoran kaltevuus. Tarkemmin sanottuna a on se m suoran yhtälön yleisessä muodossa:

f(x)=a⋅x+b or 

y=m⋅x+n or 

Ja tiedämme, että jos oikean kaltevuus on positiivinen luku, niin oikea kasvaa (eli suunnattu oikeaan yläkulmaan).

***Esittely***

Funktion monotonisuuden testaamiseen käytetään f:n kasvu- (vähenemisnopeutta).,

 for 

If  silloin f on tiukasti kasvava, ja jos  silloin f on tiukasti laskeva.

### ***Huomautukset***

1. **A etumerkki määrittelee ensimmäisen asteen funktion monotonisuuden.**
2. Yhtälö  edustaa rinneviivaa  (vino viiva, joka ei ole yhdensuuntainen Ox-akselin tai Oy-akselin kanssa).

***Exercises:***

Kerro seuraavien funktioiden yksitoikkoisuus:

1. f(x)=4⋅x

A: Funktio kasvaa, koska a>0, eli a=4

2. f(x)=3−5⋅x

A: funktio pienenee, koska a<0a<0, tarkemmin a=−5

3. f(x)=(m−1)⋅x+3

A: tässä tapauksessa kaikki riippuu m:stä, tarkemmin kun m−1 on pienempi tai suurempi kuin 0.

Esimerkiksi jos meillä on m−1>0⇒m>1, niin f(x) kasvaa, koska x:n (kerroin) vieressä oleva luku on suurempi kuin 0,

mutta kun m−1<0 tai m<1, niin f(x) on pienenevä.

# **Ensimmäisen asteen funktion merkki**

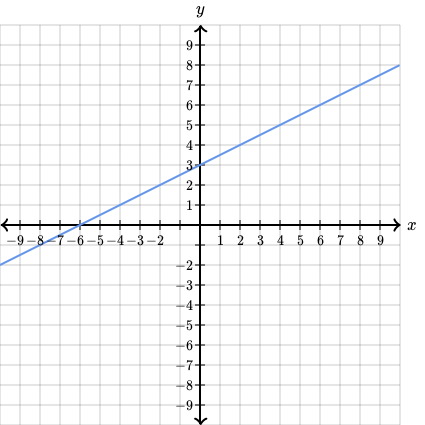
Yleensä ensimmäisen asteen funktio määritellään kohdassa ℝ, mikä tarkoittaa, että se ulottuu välillä −∞ arvoon +∞.

Ja koska funktiota edustaa suora viiva ja suurimman osan ajasta suora on vino, funktion kuvaaja leikkaa Ox-akselin pisteessä, joka kertoo meille, että puolet kaaviosta on akselin yläpuolella, ja puoli sen alle.

## Ensimmäisen asteen funktion arvot

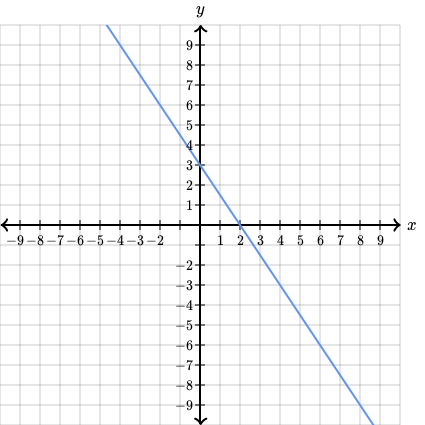
Jos haluamme tietää, millaisen luvun funktio palauttaa, eli onko se positiivinen vai negatiivinen, voidaan ensinnäkin tarkastella funktion monotonisuutta.

Jos a, x:n kerroin, on positiivinen, niin funktion kuvaaja on kasvava suora, kuten tämä:



Ja tässä tapauksessa havaitaan, että siihen pisteeseen asti, kun x=−6, funktio palauttaa negatiiviset arvot (eli y<0). Ja tämän jälkeen se palauttaa vain positiivisia arvoja.

Jos a<0, niin funktion kuvaaja on laskeva viiva:



## Vaihtopiste

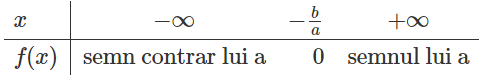
Molemmissa tapauksissa näimme, että funktio palauttaa arvot a:n vastakkaisella merkillä tiettyyn pisteeseen asti ja sen jälkeen a:n merkillä.

Sitä pistettä kutsutaan myös yhtälön juureksi, koska sillä hetkellä y=0.

Joten löytääksemme tämän pisteen meillä on oltava f(x)=0 ja jos otamme funktion yleisen muodon::

a⋅x+b=0, saamme arvon x 

Eli kunnes  funktiolla on a:n vastakkainen merkki ja sen jälkeen a:n merkki. Näemme tämän seuraavassa taulukossa:



## Käytännön esimerkkejä

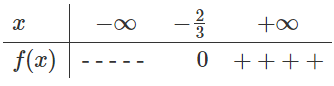
### Etsi merkki seuraaville funktioille:

1. f(x)=3x+2

A: Ensin on laskettava piste, jossa funktion etumerkki muuttuu, eli milloin f(x)=0

3x+2=0 siitä käy ilmi x= , joten funktion etumerkki on negatiivinen asti 

ja positiivinen sen jälkeen seuraavasti:

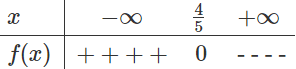


1. f(x)=4−5⋅x

R: laskemme pisteen, jossa merkki muuttuu::

−5⋅x=0 ⇒ −5⋅x=−4 ⇒ x= 

ja meillä on päinvastainen merkki a:lle tähän asti, mutta koska a=−5, funktio on positiivinen tällä välillä ja negatiivinen silloin:



# **Ensimmäisen asteen epätasa-arvo**

Ensimmäisen asteen funktiolle, kuten f(x)=7⋅x+8, voidaan luoda epäyhtälö, jonka muoto on 7⋅x+8≥0 (tai ≤0).

Tämä epäyhtälö ei ole muuta kuin sen funktion lauseke, jolle haluamme laskea x:n arvot, jotka kertovat meille paikat, joissa funktio on pienempi tai suurempi kuin 0. Ja kun sanomme, että funktio on suurempi kuin 0, se tarkoittaa että se palauttaa positiivisia lukuja.

**Miksi?**

Tärkein syy epäyhtälön luomiseen funktiolausekkeesta on oppia lisää funktiosta. Tarkemmin sanottuna voimme selvittää, millä x:n arvoilla funktio on suurempi tai pienempi kuin 0.

Meidän ei välttämättä tarvitse tehdä tätä, mutta vain jos meiltä kysytään tai jos olemme erityisen kiinnostuneita saamaan selville, millä aikavälillä funktio palauttaa positiivisia tai negatiivisia arvoja.

Voimme itse asiassa kuvitella, että millä tahansa epäyhtälöllä (muotoa a⋅x+b≥0) on liitetty funktio, ja kun sen ratkaisemme, opimme jotain funktiosta, jolla on sama lauseke.

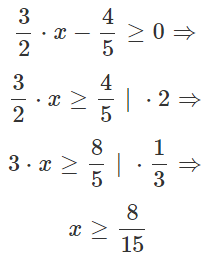
## Miten laskemme?

Ratkaisu tehdään tavallisella epäyhtälön laskentatavalla. Tulkinta on silloin mielenkiintoisempi.

Oletetaan esimerkiksi, että meillä on funktio:

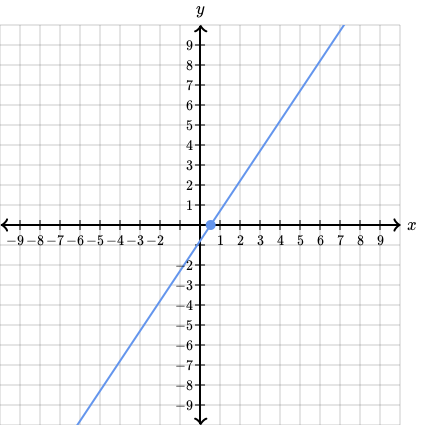


ja laskemme tälle funktiolle, kun sen yhtälö on suurempi kuin 0, nimittäin:

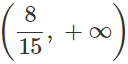


Ja käy ilmi, että funktio f(x) on aina suurempi kuin 0, kun 

Niin,  on piste, jonka jälkeen funktio palauttaa vain positiivisia arvoja. Ja jos katsomme funktion kuvaajaa, näemme sen  (almost ) edustaa kaavion leikkauskohtaa Ox-akselin kanssa, jonka yläpuolelta löydämme luonnollisesti vain positiivisia arvoja.



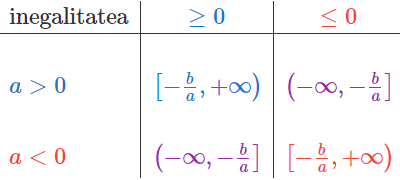
Mutta tämä kohta edustaa myös paikkaa, jossa funktio muuttaa merkkiään, josta keskustelimme viime oppitunnilla.

Eli ratkaisu eriarvoisuuteen , on väli, joka alkaa funktion leikkauspisteestä Ox-akselin kanssa ja jatkuu kohti +∞, eli .



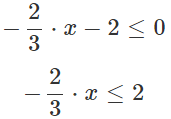
Mutta yleensä kaikki ratkaisut sellaisiin epätasa-arvoihin alkavat pisteestä, kuten  ja jatka kohtaan +∞ tai −∞. Voimme päätellä yleisemmän määritelmän, kuten:

Muotoa a⋅x+b≥0a⋅x+b≥0 (tai ≤0≤0) olevan epäyhtälön ratkaisu on väli, joka alkaa (tai päättyy) -b/a, mutta riippuu a:sta seuraavasti:

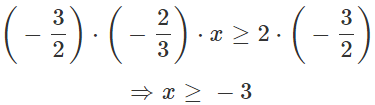


Otetaan seuraava esimerkki nähdäksesi tarkalleen, kuinka käytämme tätä taulukkoa.

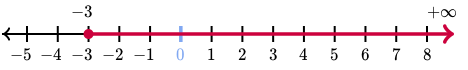
Oletetaan, että meillä on toiminto  ja haluamme tietää, milloin tämä on ≤ 0.

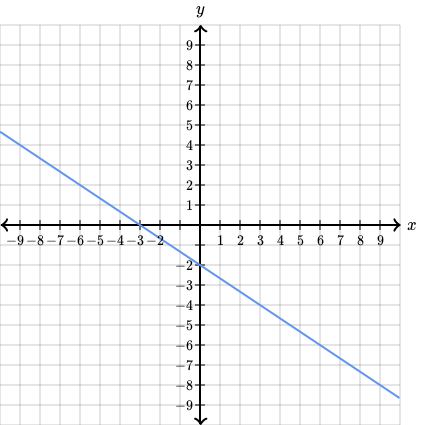


ja koska a on pienempi kuin 0, kun kerromme sen käänteisarvolla, epäyhtälömerkki muuttuu, nimittäin:



Tästä seuraa, että ratkaisu on intervalli **[−3,+∞)**



Siksi a:n merkillä on merkitystä, koska se vaikuttaa epätasa-arvomerkkiin. Hän on myös se, joka kertoo meille, kasvaako vai pieneneekö funktion kaavio. Tässä tapauksessa se on negatiivinen, se tarkoittaa, että funktio pienenee, ja tämä selittyy sillä, että tiettyyn pisteeseen asti löydämme positiivisia lukuja ja sitten negatiivisia lukuja. Tästä syystä epäyhtälön ratkaisu alkaa pisteestä (tapauksessamme −3) ja jatkuu kohti +∞.

Tämä näkyy myös funktion kaaviosta, kunnes pisteeseen −3 asti meillä on positiivisia ja sitten negatiivisia lukuja. Siksi voimme löytää myös epäyhtälön ratkaisun funktion kuvaajasta.

Lähteet

https://matematic.eu/LectiaDeMatematica/FunctiaDeGradul1.html

https://www.edumo.org/lectie/6401139935281152 - fctie de gr I

https://www.edumo.org/lectie/6086439091568640 - propr fct gr I

https://www.edumo.org/lectie/5551744788463616 - monotonie

https://www.edumo.org/lectie/5345009758896128 - semnul fctiei de gr I

https://www.edumo.org/lectie/5037387289722880 - inecuatii

https://ro.wikipedia.org/wiki/Func%C8%9Bie\_algebric%C4%83\_de\_gradul\_%C3%AEnt%C3%A2i

II TUTKINTOIMINTO

**Toisen asteen funktion määritelmä**

*f* : , *f*(*x*)=*ax2*+*bx+c, a*0*, a,b,c*.

**Toisen asteen funktion graafinen esitys** II asteen funktion kuvaaja on paraabeli, jolla on kärki , missä

jota kutsutaan myös toisen asteen funktion diskriminantiksi ja kuvaajalla on oikea symmetria-akseli. 

# **Toisen asteen funktion minimi ja maksimi. Kuva toisen asteen funktiosta**

*-* Asteen II funktio sallii minimin ( tämä pätee myös alla olevaan kaavioesimerkkiin) ja vähimmäisarvo on  ja sitä varten hankitaan .

Diagram

Description automatically generated

- Asteen II funktio sallii maksimiarvon  (se on myös alla olevan kaavioesimerkin tapaus) ja suurin arvo on  ja sitä varten hankitaan .

Diagram

Description automatically generated

Mitä tulee toisen asteen funktion kuvaan (siis sen arvojen joukkoon

y=f(x)=ax2+bx+c) Tämä on:

 jos , ja vastaavasti jos .

# **Astefunktion monotonisuus II**

* varten , toisen asteen funktio sallii minimin ja pienenee ja *kasvattajia varten* .



* varten , asteen II funktio sallii maksimin ja kasvaa si

*pienenee* .

# **Astefunktion kanoninen muoto II**

Toisen asteen funktiolle sen kanoninen muoto määritellään seuraavasti Text

Description automatically generated joka johtaa meidät edellisen minimi- ja maksimiarvoihin sekä toisen asteen yhtälön juurien saamiseen, kun , kuten tulemme vielä näkemään.

# **Paraabelin sijainti suhteessa Ox-akseliin. Kuvaajan leikkauspiste koordinaattiakseleiden kanssa. Toisen asteen funktion merkki II**

* Leikkaus OY-akselin kanssa saadaan koordinaattipisteestä .
* Leikkauspiste OX-akselin kanssa saadaan ratkaisemalla yhtälö *f*(*x*) = 0. Jos , silloin yhtälöllä f(x) = 0 on todelliset juuret:

,

 siten II asteen yhtälön ax2+bx+c=0, a0, a,b,c juuret ovat  jotka ovat myös OX-akselin leikkauspisteiden abskissoja..

* Jos silloin kuvaaja leikkaa OX-akselin pisteissä A picture containing night sky

  Description automatically generatedja  kuten seuraavista piirustuksista voidaan nähdä..

Diagram

Description automatically generated Diagram

Description automatically generated

Mitä tulee asteen II funktion etumerkkiin, niin tässä tapauksessa sen ehdottavat myös yllä olevat kaaviot ja ilmeisesti sen antaa merkki  ja merkki a. Meillä on siis:



*x*

*f*(*x*)

Sama merkki kuin 0 0:n vastakkainen merkki Sama merkki kuin a

Funktion kuvaaja sijaitsee sekä OX-akselin ylä- että alapuolella.

* Jos kuvaaja leikkaa OX-akselin pisteessä  joka on myös vertauksen huippu.

Diagram

Description automatically generatedDiagram

Description automatically generated

Asteen II funktion etumerkki, tässä tapauksessa myös yllä olevien kaavioiden ehdottama, annetaan merkillä  ja a:n merkki on:

Funktion kuvaaja sijaitsee vain OX-akselin ylä- tai alapuolella, ja sillä on vain paraabelin yläosa OX-akselilla.

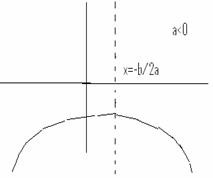
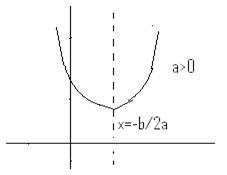


*x*

*f*(*x*)

Sama merkki kuin 0 Sama merkki kuin a

* Jos  silloin kuvaaja ei leikkaa OX-akselia ja paraabelin huippua on OX-akselin yläpuolella (tapaus ) tai sen alapuolella (tapaus ).



Asteen II funktion etumerkki, tässä tapauksessa myös yllä olevien kaavioiden ehdottama, annetaan merkillä  ja i:n merkki*s*:



*x f*(*x*)

Acelas semn cu *a*

Funktion kuvaaja sijaitsee juuri OX-akselin ylä- tai alapuolella.

Huomautus: Toisen asteen funktion etumerkkiä käytetään ratkaisemaan toisen asteen epäyhtälö, päättämään toisen asteen funktioita sisältävän tulon tai murto-osan etumerkki jne..

# **Juurien ja kertoimien väliset suhteet (Vièten suhteet). Toisen asteen funktion lineaarinen muoto.**

Ottaen huomioon toisen asteen funktion kanonisen muodon Text

Description automatically generated, päättelemme lineaarisen . Tämän suhteen tunnistaminen *f*(*x*)=*ax2*+*bx+c*



meillä on , mistä syntyy juurien ja kertoimien väliset suhteet (Vièten kaavat):

Text

Description automatically generated

Havainto.

-Juurien ja kertoimien väliset suhteet eivät ratkaise toisen asteen yhtälöä. Niiden avulla ratkaistaan ​​erilaisia ​​​​harjoituksia, joissa esiintyy juuriin liittyviä lisäsuhteita. On syytä huomata, miten eri juuret sisältävät lausekkeet ilmaistaan  ja  riippuen näistä realiteeteista. E.g::

 or

.

- Jos kaksi juuria annetaan  ja  tai summa S ja niiden tulo P, niin voidaan muodostaa toisen asteen yhtälö, josta ne ovat peräisin:

ja .

# ***Muotoepätasa-arvo ax2*+*bx+c* 0 (,,), opiskellut tai reaalilukujen välein**

Epätasa-arvo ***ax2*+*bx+c* 0 (,,)** ratkaistaan ​​rakentamalla merkin taulukko ***f(x)= ax2*+*bx+c***, mistä väli (tai intervallit), joka tyydyttää (tyydyttää) epätasa-arvon, valitaan epäyhtälön ratkaisuksi. Jos epäyhtälö ratkaistaan ​​reaalilukujen intervalleilla, niin aiemmin saatu ratkaisu leikkaa näiden välien kohtaamisen, jolloin saadaan epäyhtälön lopullinen ratkaisu.

# ***Toisen asteen epäyhtälöjärjestelmät, joita tutkitaan reaalilukujen aikaväleillä***

Text

Description automatically generated

Jokainen epäyhtälö ratkaistaan ​​erikseen, jolloin saadaan ratkaisut  (ensimmäiselle epätasa-arvolle),  (toiselle epätasa-arvolle),,  (n epätasa-arvolle). Missä on saatu ratkaisu epäyhtälöjärjestelmälle (jos se on ratkaistu ) .



Jos järjestelmä on ratkaistu intervallien kohtaamalla, niin ratkaisun se leikkaa intervallien kohtaamisen.



# **Toisen asteen yhtälöjärjestelmät**

* 1. **Lomakejärjestelmät**

 missä *a,b,c,d,m,n,p*

jossa yksi yhtälö on astetta I ja toinen astetta II.

Ensimmäisen asteen yhtälöstä yksi tuntematon korvataan esimerkiksi toisella,  ja se lisätään toisen asteen yhtälöön, jolloin saadaan:

Text

Description automatically generated with medium confidence

joka ratkaistu antaa kaksi ratkaisua.

Palauttamalla näillä arvoilla substituutiosuhteessa saadaan ratkaisuparit

A picture containing dark, night sky

Description automatically generated ja



* 1. **Lomakejärjestelmien ratkaiseminen**

, .

kutsutaan myös symmetrisiksi järjestelmiksi.

Ottaen huomioon, että yllä olevat suhteet voivat olla toisen asteen yhtälön juurien ja kertoimien välisiä suhteita, yhtälö muodostetaan , joka ratkaistu antaa kaksi ratkaisua 

ja tästä saadaan järjestelmän ratkaisut:

No image

Description automatically generatedsi No image

Description automatically generated with medium confidence.

Esimerkki. Reaalilukujoukon järjestelmän ratkaiseminen:



No image

Description automatically generated

* 1. **Homogeeniset järjestelmät**

Text

Description automatically generated, .

Nämä järjestelmät ratkaistaan ​​seuraavasti: kerro ensimmäinen yhtälö luvulla  ja toinen yhtälö (), niin

Text

Description automatically generated



Lisäämällä nämä kaksi yhtälöä saamme suhteen joka jakamalla

, se menee yhtälöön . Huomaa tulemme luokan II yhtälöön, . Olettaen, että tämän yhtälön ratkaisut ovat 

sitten voimme muodostaa järjestelmät:

Graphical user interface

Description automatically generated with medium confidence ja Graphical user interface

Description automatically generated with medium confidence

which jotka ovat ilmeisesti tyypin a järjestelmiä).

# **Harjoitukset**

1. Parametrin arvo  jolle yhtälö  välissä on erillinen ratkaisu  On:
2. a) ; b) ; c) ; d) ; e) .

*Ratkaisu: Koska yhtälö*  jotta välissä on erillinen ratkaisu  ehdot on täytettävä samanaikaisesti:

niinText

Description automatically generatedja  missä



. Mikä siitä seuraa ,

joten vastaus oikein d).

1. Reaaliluku x on ehdottomasti suurempi kuin sen neliö, jos ja vain jos:

a)  b)  c) d)  e) 

*Ratkaisu: . Epätasa-arvo*  on ratkaisu . Oikea vastaus on a).

1. Olkoon yhtälö , missä . Jos luku on monimutkainen  yhtälön juuri silloin:

a)  b) c) d)  e) . 

 Ratkaisu: Koska kertoimet m ja n ovat reaalilukuja ja yhtälö hyväksyy kompleksijuuren , sitten yhtälö hyväksyy juuren ja konjugaatin . Vièten suhteista ja  tulos  ja oikea vastaus on b)

1. Toisen asteen funktioperheelle  niihin liittyvien paraabelien kärjet ovat yhtälön oikealla puolella:

**a)** ; **b)** ; **c)** ; **d) **; **e)** .

Ratkaisu: Paraabelin kärjen V abskissa on s ja järjestys on

. Tulos on: joka on XOY-akselijärjestelmän toisen puolittajan yhtälö). Niin **c)**

Joukko reaaliparametrin m, jolle

, on:

**a)** (joukko tyhjä) ; **b) **; **c)** **d)** ; **e)**.

 *Ratkaisut: Ehdot ovat*: si . Tuloks . Niin **b)**.

1. Kaikkien parametriarvojen joukko jolle lauseen juuret  on varten on:



**a) **; **b) **; **c)** (tyhjä joukko) ; **d) **; **e)** .

*Ratkaisu*: . Annetusta tilasta ja alkaen

 Tulos . Niin **c)**.

1. Olkoon epätasa-arvo . Seuraavien välien joukossa tämän epäyhtälön kaikkien ratkaisujen joukko on:

a) ; b) ; c) ; d) ; e) .

*Ratkaisu: olemassaolon ehdoista* . varten  epätasa-arvo on ilmeisesti tyytyväinen. Varten neliöimällä annetun epäyhtälön saamme



.

siis ratkaisu . Ratkaisu tulee olemaan

1.  Ole toimiva , . Todelliset parametriarvot mille 

Ovat:

a) ; b) ; c) ; d) ; e) .

*Ratkaisu: Tiedämme* jos ja vain jos yhtälö on ratkaisu , jos yhtälö todellista



sisään , niin ja



varten . Edellytys, että ja olla ratkaisu



Epäyhtälön kokonaisratkaisujen summa  on:

a)  b)  c)  d)  e) 

 *Ratkaisu*: , so , niin

Oikea vastaus **c**).

1.  Olkoon funktio  Parametriarvojen joukko

jossa funktion f kuvaaja leikkaa x-akselin kaksi erillistä pistettä on:

a) b) c)



e)

*Ratkaisu: Annetulle yhtälölle* , määrätä , mistä se tulee 

Oikea vastaus **a**).

1. Parametrin m todelliset arvot, joille  ovat:

a) b) c) d) e) 



jos murto-osa on positiivinen, sen on oltava , mitä se tarkoittaa

,

*Ratkaisu: Koska* *Ratkaisu: Koska n*: Because



Oikea vastaus on **b**).

1. Toiminto Sen parametrin arvot, jolle funktioon f liittyvä paraabeli on Ox:n tangentti, ovat:

a) b) c) d) e) 

 *Ratkaisu: Yhtälö*  täytyy olla vain yksi ratkaisu, joten  määrätä . Tulos on , niin

Oikea vastaus **c**).

1. Epätasa-arvo  on ratkaisu:

a) b) c) d)  e) 

*Ratkaisu: Epäyhtälö vastaa* Text

Description automatically generated.

Ratkaisu tähän on Oikea vastaus **e**).

1. Kuva toiminnosta  is:

a) c) d) 



b)

e)

*Ratkaisu: Se on vahvistettu* koska funktio f on jatkuva, niin sillä on



si

Darboux'n omaisuutta, käy ilmi Oikea vastaus **b**).

Tuotteen arvo



15) Toiminto

is

a) b) c) d) e)

*Ratkaisu: Yhtälö* on juuret ja , niin



, johon sisältyy , ja tuotteen arvo

Oikea vastaus **d**).