**Logo, company name

Description automatically generated**

**L'interpretazione geometrica della derivata e delle funzioni derivate**

Grado scolastico: K12

**Contenuto**

[INTERPRETAZIONE GEOMETRICA DELLA DERIVATA 3](#_heading=h.gjdgxs)

[FUNZIONI DERIVATE 10](#_heading=h.30j0zll)

[Il problema della tangente a una curva 11](#_heading=h.1fob9te)

[Derivabilità e continuità 13](#_heading=h.3znysh7)

[Derivati laterali 14](#_heading=h.2et92p0)

[Derivato a sinistra 14](#_heading=h.tyjcwt)

[Derivato a destra 15](#_heading=h.3dy6vkm)

[Definizione di derivata di una funzione in un punto 15](#_heading=h.1t3h5sf)

[Osservazioni 16](#_heading=h.4d34og8)

[Tabella con le derivate delle funzioni elementari 17](#_heading=h.2s8eyo1)

[Operazioni con funzioni derivabili 18](#_heading=h.17dp8vu)

[Conclusioni 19](#_heading=h.3rdcrjn)

[Fonti 20](#_heading=h.26in1rg)

[Scheda tecnica 21](#_heading=h.lnxbz9)

# **INTERPRETAZIONE GEOMETRICA DELLA DERIVATA**

Diagram, schematic

Description automatically generated



Diagram, schematic

Description automatically generated



Diagram

Description automatically generated



Diagram

Description automatically generated



A picture containing text, music

Description automatically generated

A picture containing text, linedrawing

Description automatically generated



Chart

Description automatically generated with low confidence

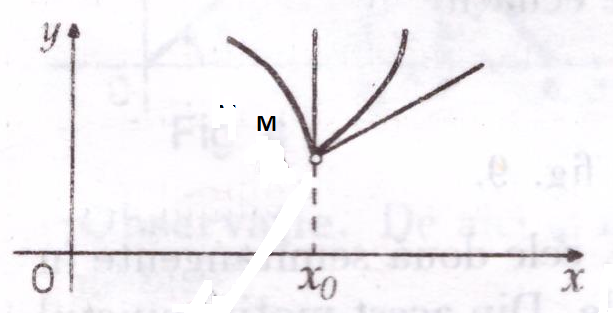
A picture containing diagram

Description automatically generated



Diagram

Description automatically generated with medium confidence



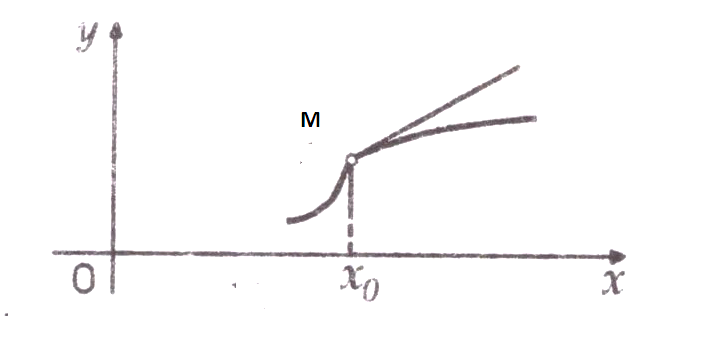
Diagram

Description automatically generated with medium confidence



Diagram

Description automatically generated



Diagram

Description automatically generated with medium confidenceA picture containing diagram

Description automatically generated



A picture containing text

Description automatically generated

Diagram

Description automatically generated with medium confidence



A picture containing diagram

Description automatically generated

# **FUNZIONI DERIVATE**

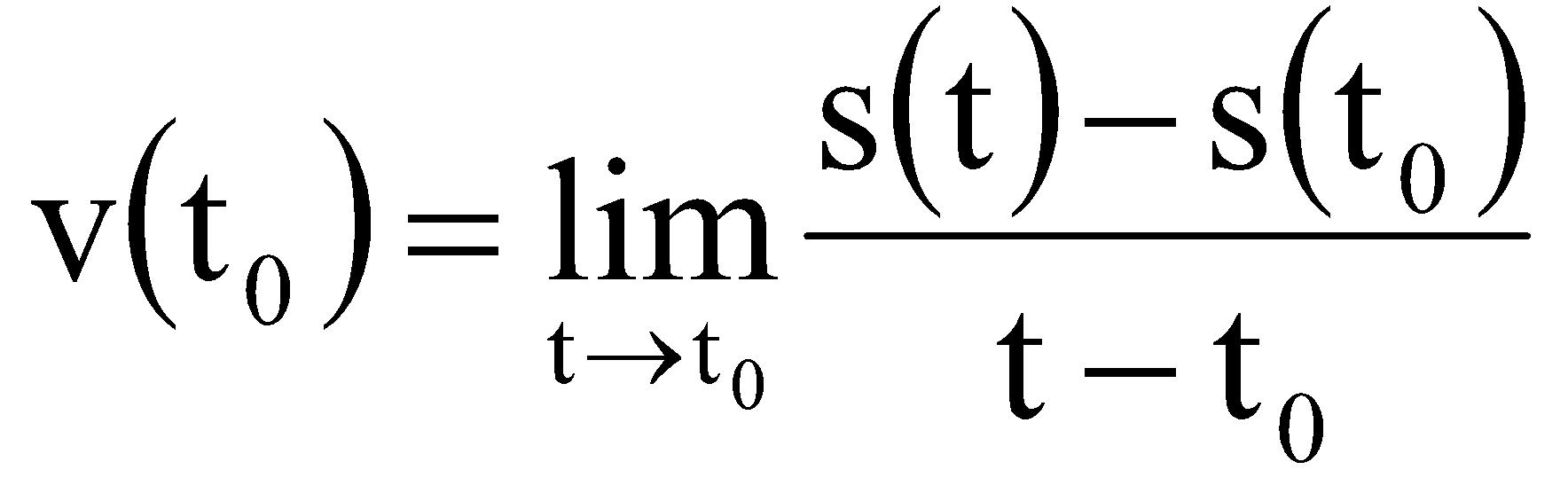
La nozione di derivata è stata introdotta e utilizzata in matematica dallo scienziato Isaac Newton (1642 - 1724) in relazione allo studio della meccanica.

Il problema della velocità istantanea di un cellulare

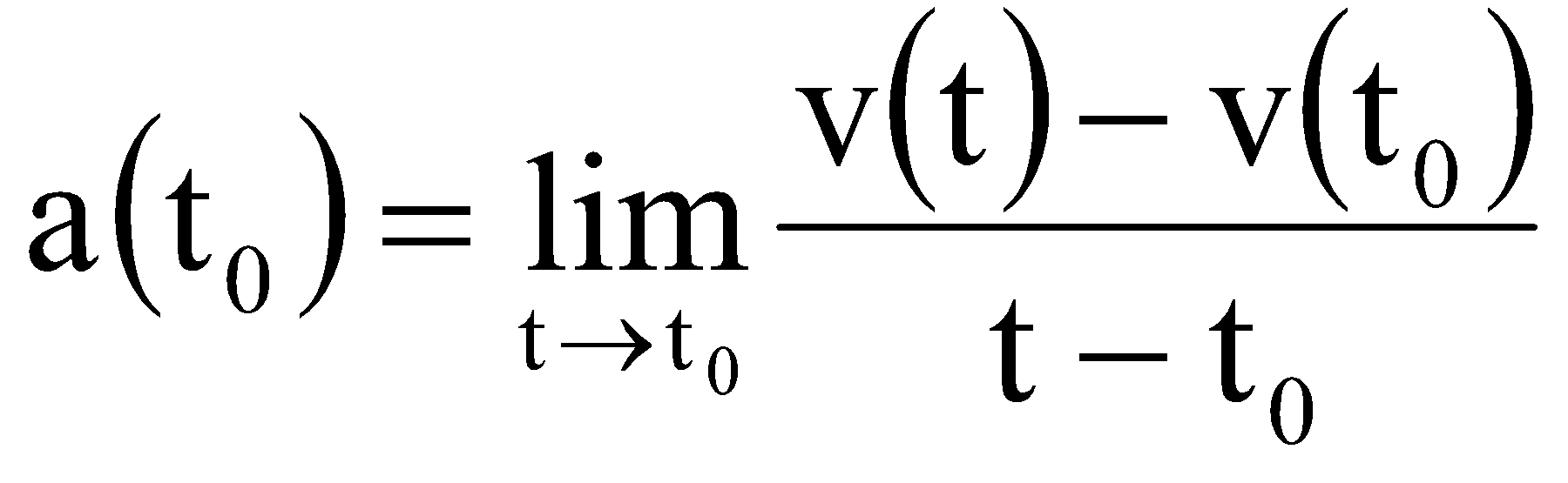
la velocità media del cellulare nell'intervallo di tempo [t0, t] è



la velocità istantanea del mobile al tempo t0 (fisso), t0 > 0 è:



l'accelerazione del mobile al momento fissato t0 è::

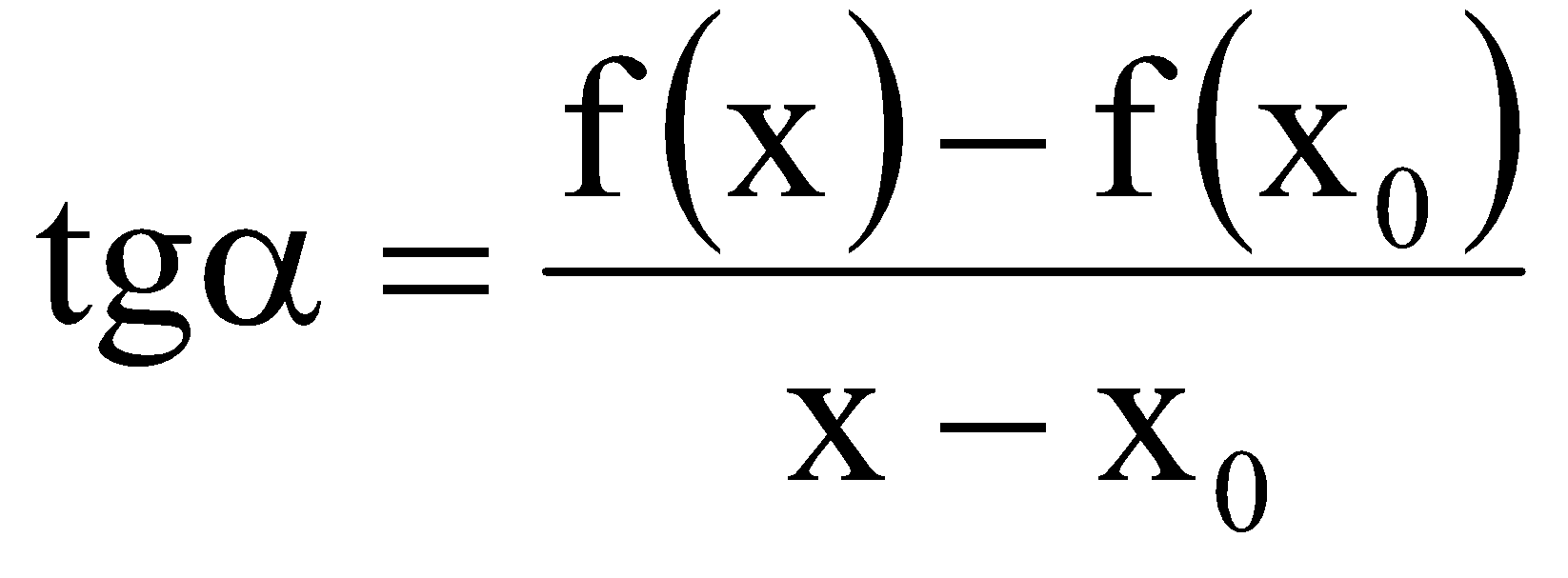


Quasi contemporaneamente, lo scienziato Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) introdusse la nozione di derivata in relazione allo studio della tangente a una curva in un punto di...

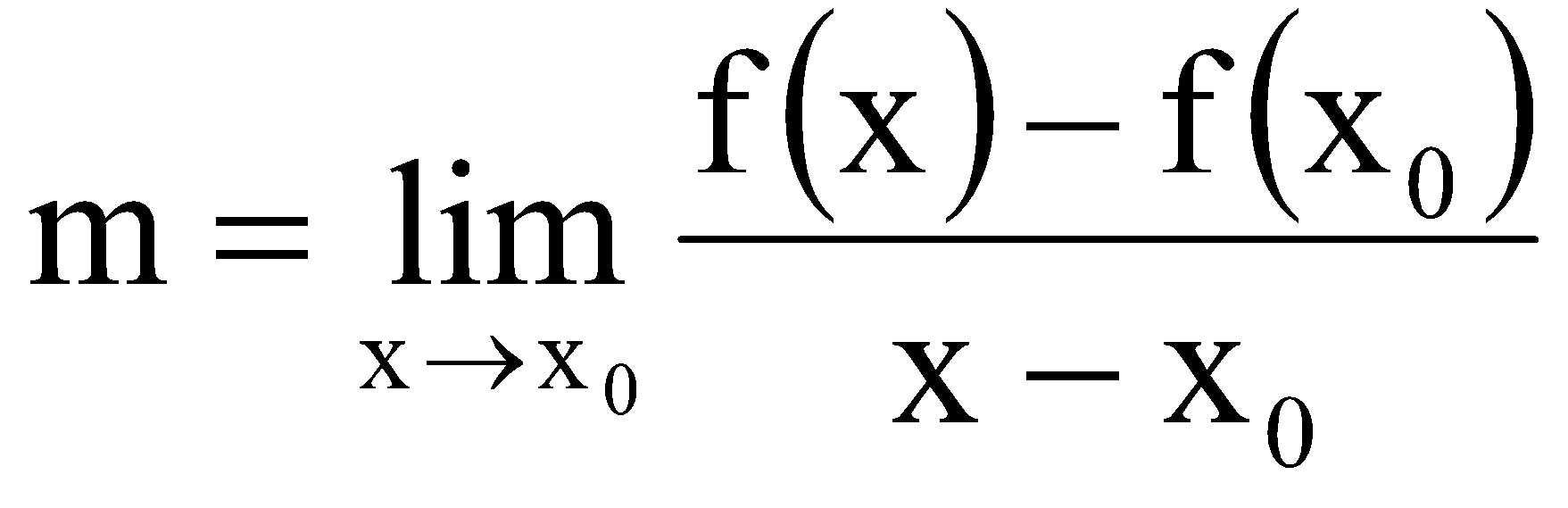
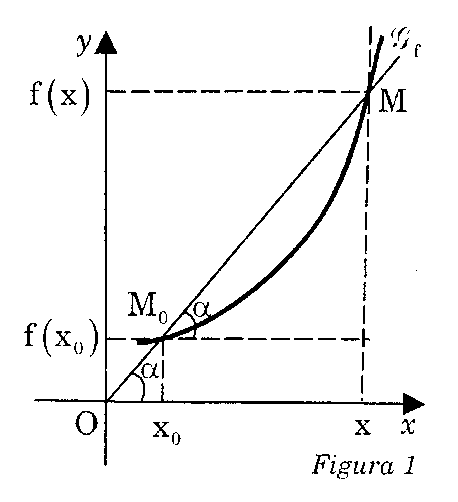
# **Il problema della tangente ad una curva**

Se f:(a,b)🡪 R, una funzione continua e M0(x0;f(x0)) sul grafico, Gf su f.

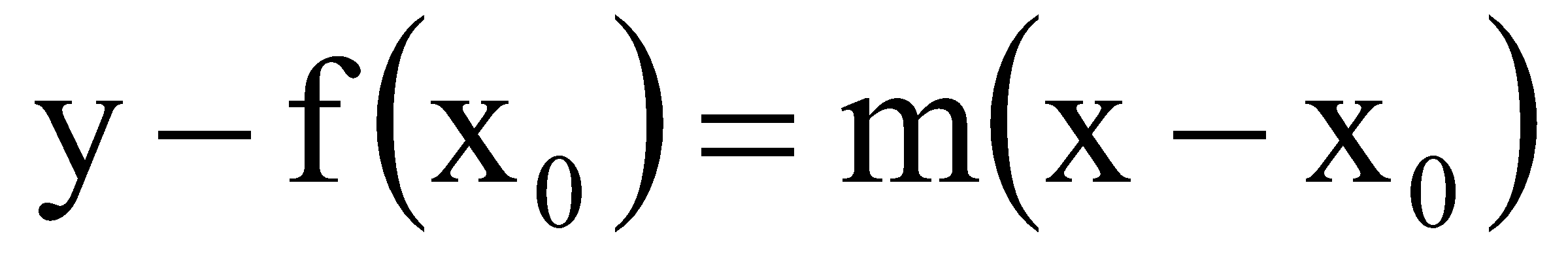
La pendenza della secante M0M rappresenta la tangente trigonometrica dell'angolo da essa formato con la direzione positiva dell'asse Ox.

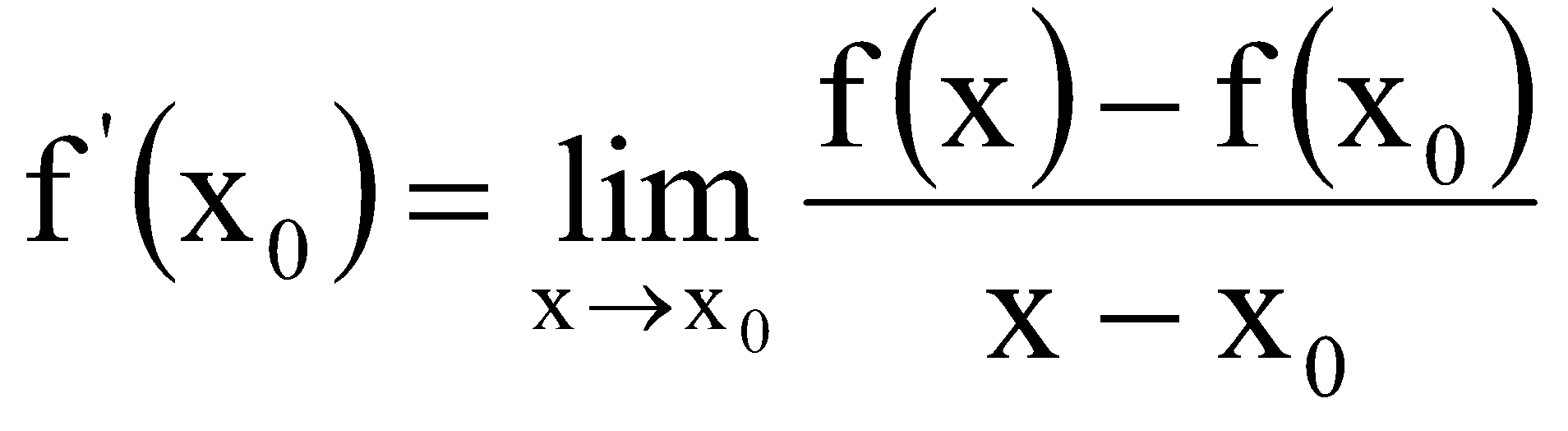


La pendenza o il coefficiente angolare della tangente nel punto M0 alla curva Gf è:



La tangente al punto M0(x0,f(x0)) è data dall'equazione:



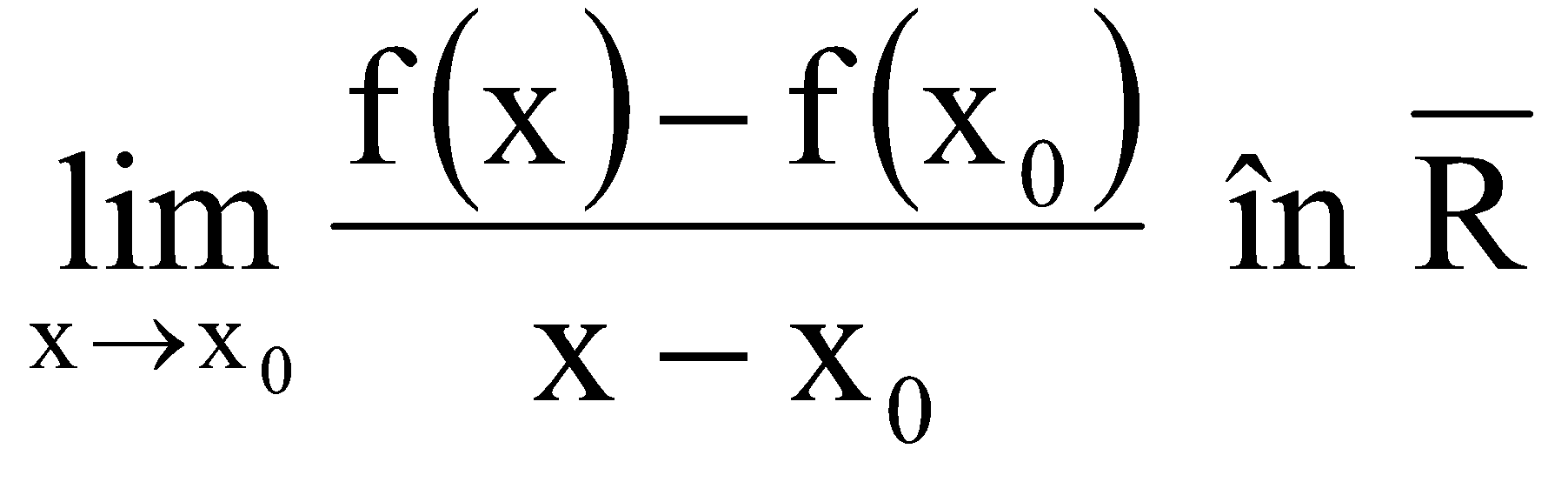


La relazione (1) si scrive::

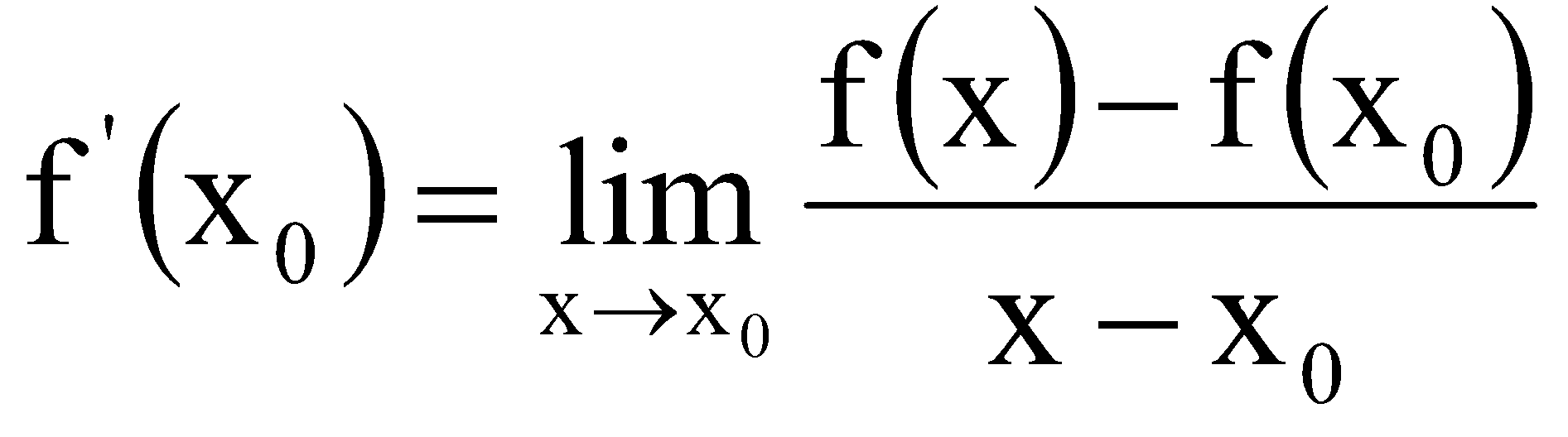
e si chiama derivata della funzione f nel punto x0.

Sia la funzione f:D🡪 R, D🡪 R, x0 Є D un punto di accumulazione della moltitudine D.

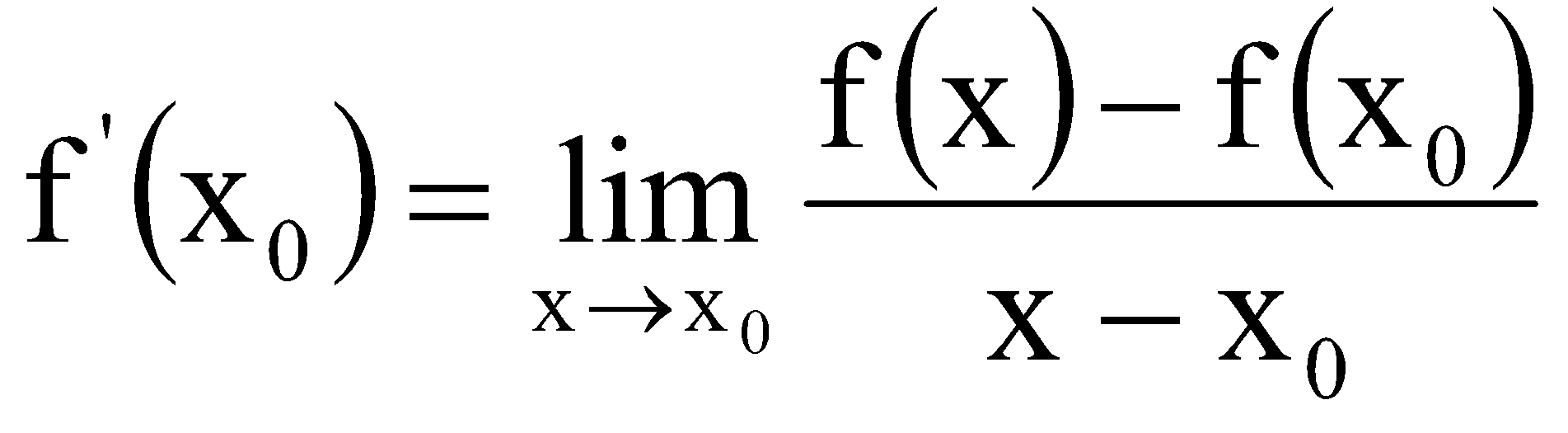
Si dice che la funzione f ha una derivata nel punto x0 Є D se il limite esiste:



Questo limite è chiamato derivata della funzione f nel punto x0 e si scrive:



Si dice che la funzione f è differenziabile nel punto x0 Є D se il limite sottostante esiste ed è finito:

****

# **Derivabilità e continuità**

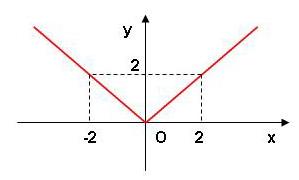
Qualsiasi funzione differenziabile in un punto è continua in quel punto.

Osservazioni:

Una funzione numerica può essere continua in un punto senza essere differenziabile in quel punto.

Esempio:

La funzione di modo f : R🡪 R, f(x) =|x| è continua in x0 = 0 e non è differenziabile nel punto x0 = 0.

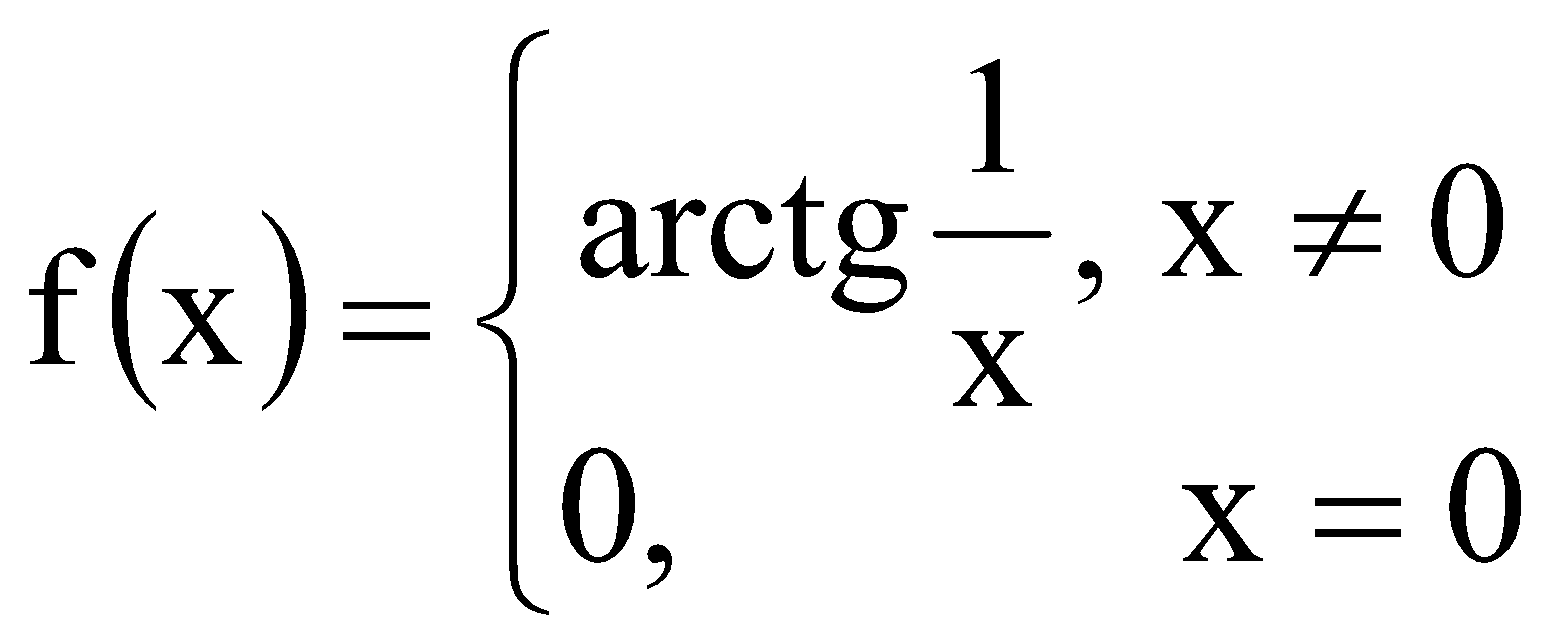


Una funzione discontinua in un punto non è differenziabile in tale punto.

Esistono funzioni che sono discontinue in un punto e che hanno una derivata in quel punto.

Esempio:

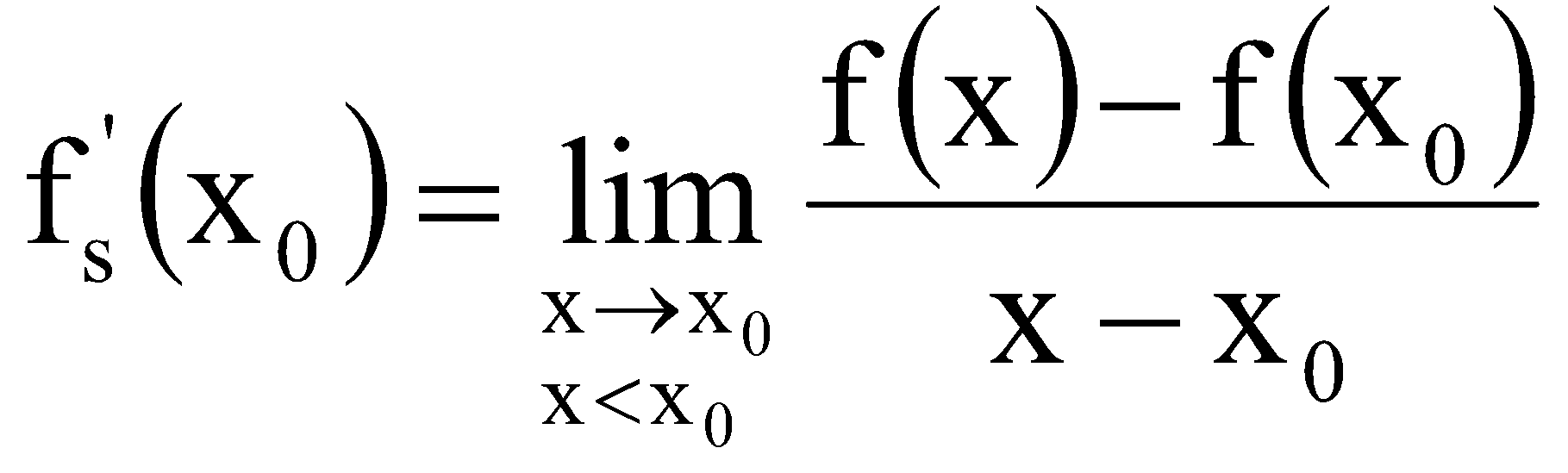
La funzione f : R🡪 R, data di seguito, è discontinua in x0 = 0 e f'(0) = + ∞.



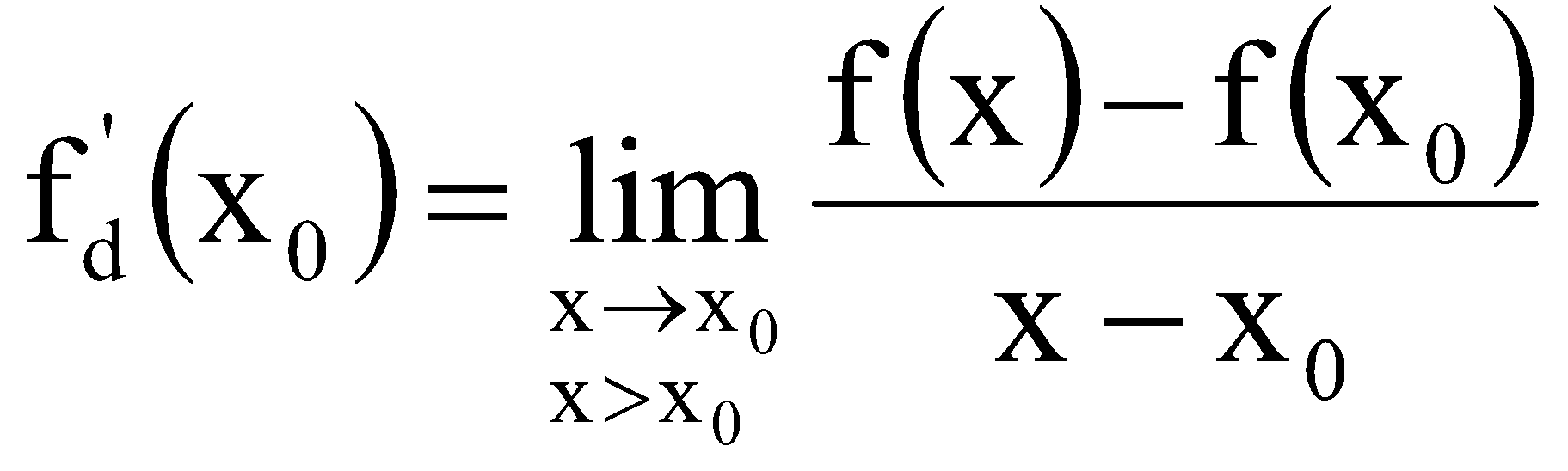
# **Derivati laterali**

Sia la funzione f:D🡪 R e x0 Є D.

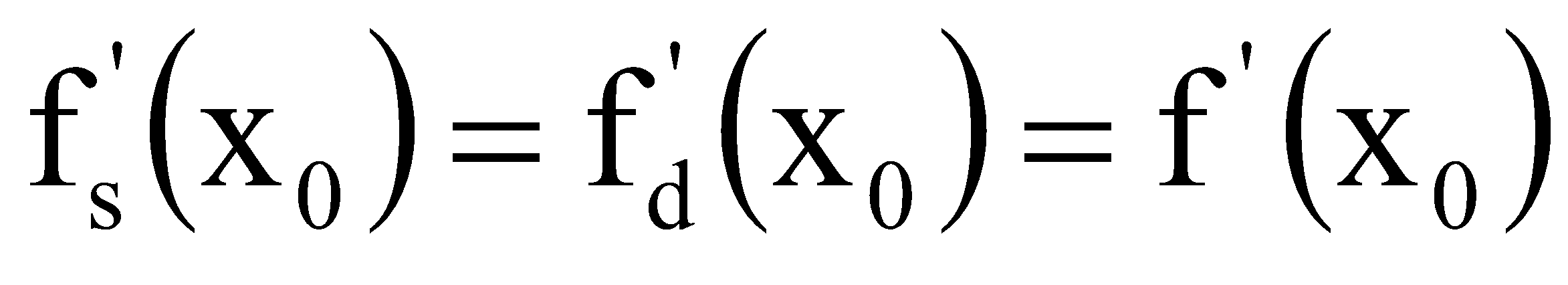
# **Derivato a sinistra**

****

# **Derivato a destra**

****

La funzione f ha una derivata ed è differenziabile in x0 se e solo se ha derivate laterali ed è, rispettivamente, differenziabile a destra e a sinistra in x0 e::



# **Definizione della derivata di una funzione in un punto**

Se f:E R dove E è un intervallo o un'unione di intervalli di R



Si dice che la funzione f ha una derivata in în se il limite esiste in



In questo caso, questo limite è indicato con ed è chiamato derivata della funzione f in



Quindi



La funzione f si dice derivata in se il limite esiste in R



(esiste ed è finito)

In questo caso, questo limite è indicato con , ovvero



Una funzione f si dice differenziabile su un intervallo I se è differenziabile in ogni punto dell'intervallo I.

# **Osservazioni**

La funzione f ha una derivata in x0 f sono derivate laterali în x0 e



( esiste in ; esiste in )



# **Tabella con le derivate delle funzioni elementari**

| **FUNZIONE** | **DERIVANTE** | **CAMPO DI DIFFERENZIABILITÀ** | **FUNZIONE COMPOSTA** | **DERIVATIVO** |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **c (costante)** | **0** |  |  |  |
| **x** | **1** |  | **u** |  |
| **x** |  |  |  |  |
| **x**  **( )** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| **ln x** |  |  | **ln u** |  |
|  |  |  |  |  |
| **sin x** | **cos x** |  | **sin u** | **cos u** |
| **cos x** | **- sin x** |  | **cos u** | **- sin u** |
| **tg x** |  | **cos x** | **tg u (cos u )** |  |
| **ctg x** | **-** | **sin x** | **ctg u (sin u )** |  |
| **arcsin x** |  | **(-1;1)** | **arcsin u** |  |
| **arccos x** | **-** | **(-1;1)** | **arccos u** |  |
| **arctg x** |  |  | **arctg u** |  |
| **arcctg x** | **-** |  | **arcctg u** |  |

# **Operazioni con funzioni derivabili**



**( c = costante)**



# **Conclusioni**

Lo studio delle funzioni in generale, e delle funzioni continue e derivabili in particolare, richiede lo sviluppo di competenze generali e specifiche che si riflettono in:

Identificazione grafica/visiva delle proprietà di una funzione numerica, relativamente a: boundedness, continuità, tendenza asintotica, derivabilità;

L'associazione di dati, estratti da una situazione problematica, con proprietà delle funzioni numeriche studiate, quali: teoremi di convergenza, operazioni sui limiti, limiti tipo, tabelle di derivazione;

L'applicazione di algoritmi specifici, il calcolo differenziale, nella risoluzione di alcuni problemi e nella modellazione di alcuni processi specifici, alcuni campi di attività;

L'espressione nel linguaggio dell'analisi matematica di teoremi concreti, che possono essere modellati da funzioni numeriche;

Interpretazione, basata sulla lettura grafica, delle proprietà di alcune funzioni, che rappresentano esempi tratti dal campo economico, sociale, scientifico;

Verifica sperimentale dei risultati, dedotti dal calcolo, per problemi pratici che possono essere espressi matematicamente;

Determinare alcune situazioni ottimali, applicando il calcolo differenziale, in problemi pratici o specifici di alcuni campi di attività.

Applicazioni utili della derivata di una funzione

determinare gli intervalli di monotonicità per una data funzione (la funzione è crescente o decrescente) - questo viene fatto studiando il segno della derivata prima della funzione;

determinare i punti estremi di una classe estesa di funzioni numeriche - questo viene fatto studiando il segno della derivata prima della funzione;

i risultati teorici sulla monotonia e sui punti estremi di una funzione permettono di ottenere alcune disuguaglianze che, con l'aiuto di metodi elementari, sarebbero difficili da dimostrare;

determinare gli intervalli di convessità o concavità di una funzione - questo si ottiene studiando il segno della derivata seconda della funzione;

Con l'aiuto della derivabilità è possibile stabilire l'ordine di molteplicità delle radici di un'equazione polinomiale o degli intervalli in cui si trovano le radici di un'equazione associata a una funzione polinomiale.

# **Fonti**

Gheorghe Cârjă, Ovidiu Cârjă - Analiză matematică, Culegere de probleme rezolvate şi comentate, Editura GIL, Zalău, 2003;

Lia Aramă, Toader Morozan - Culegere de probleme de analiză matematică, Editura Universal Pan, Bucureşti, 1997;

Marius Burtea, Georgeta Burtea - Matematică, manual pentru clasa a XI-a, Editura Carminis, Piteşti, 2006;

Mircea Ganga - Probleme rezolvate din manualele de matematică pentru clasa a XI-a, Editura MATHPRESS, Ploieşti, 2006.

# Scheda tecnica

1. Sia f : R → R, f(x)=-3+5
2. Calcolare
3. Calcolare f'(x)
4. Calcolare f'(-1) + f''(-1)
5. Scrivere l'equazione della tangente al grafico della funzione f con il punto di ascissa
6. Calcolare
7. Calcolare
8. Determinate gli intervalli di monotonicità e i punti estremi della funzione f.
9. Determinare il punto di flesso di