

**Numerele întregi**

Clasă: K7

**Cuprins**

[Mulțimea numerelor întregi 3](#_Toc125477689)

[Fiecărui număr întreg îi corespunde pe axa numerelor un punct. Numărul asociat punctului este abscisa (coordonata) sa. 4](#_Toc125477690)

[Două numere întregi, care diferă doar prin semnul lor, se numesc opuse. Pe axa numerelor ele se reprezintă prin două puncte simetrice față de originea O. 4](#_Toc125477691)

[Distanța de la origine la punctul prin care este reprezentat un număr întreg a, pe axa numerelor, se numește modulul numărului a și se notează |a|. 4](#_Toc125477692)

[Dintre două numere întregi diferite mai mare este cel care pe axă este reprezentat în dreapta. Dintre două numere întregi pozitive (negative) este mai mare cel care are modulul mai mare (mic). Orice număr pozitiv este mai mare decât orice număr negativ. 5](#_Toc125477693)

[Compararea și ordonarea numerelor întregi 7](#_Toc125477694)

[Valoarea absolută a unui număr întreg 8](#_Toc125477695)

[Ordonarea numerelor întregi 8](#_Toc125477696)

[Operaţii cu numere întregi 9](#_Toc125477697)

[Adunarea şi scăderea 9](#_Toc125477698)

[Înmulţirea şi împărţirea 10](#_Toc125477699)

[Ordinea efectuării operațiilor cu numere întregi 12](#_Toc125477700)

[Probleme care se rezolvă cu ecuații/inecuații în contextul numerelor întregi 13](#_Toc125477701)

[Fișă de lucru 16](#_Toc125477702)

[Proiect scratch 17](#_Toc125477703)

[Surse 19](#_Toc125477704)

[Test de evaluare – model 1 19](#_Toc125477705)

[Test de evaluare – model 2 27](#_Toc125477706)

Din considerente practice (măsurarea temperaturii, realizarea de hărți atât ale regiunilor muntoase, cât și ale fundului oceanelor, prezentarea momentelor istorice remarcabile) oamenii au adăugat mulțimii numerelor naturale N= {0, 1, 2, 3, ... , n, ...} mulțimea numerelor întregi negative Z**-**={...,-n ...,-3,-2,-1}, obținându–se:

#### Mulțimea numerelor întregi

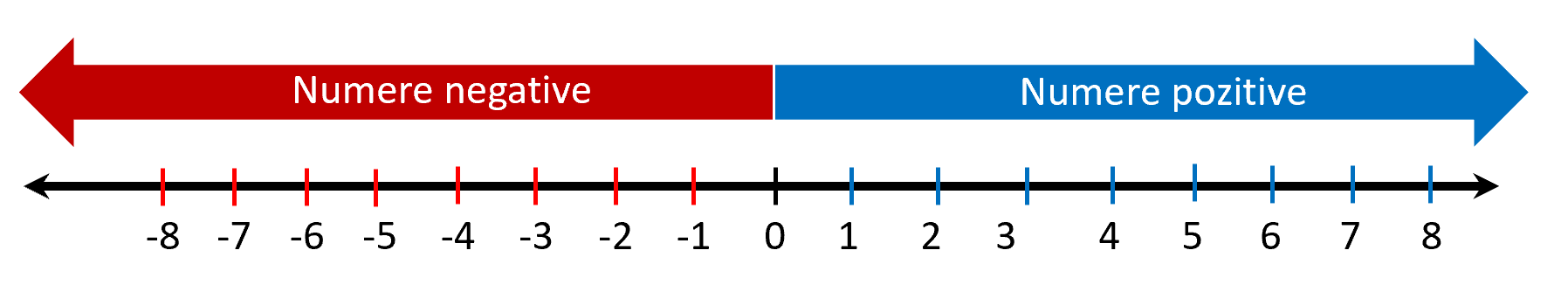
***Z****=*{...,-n ...,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, ... , n, ...}.

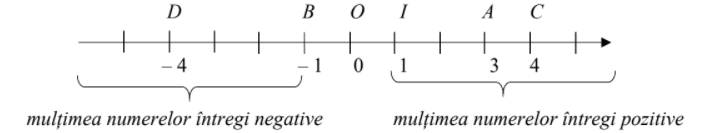
Mulţimea numerelor întregi nenule se notează cu ***Z\*=Z-{0}***

Notăm cu ***Z*** *–* mulţimea numerelor întregi negative ***Z -***={ x ϵ Z | x<0}

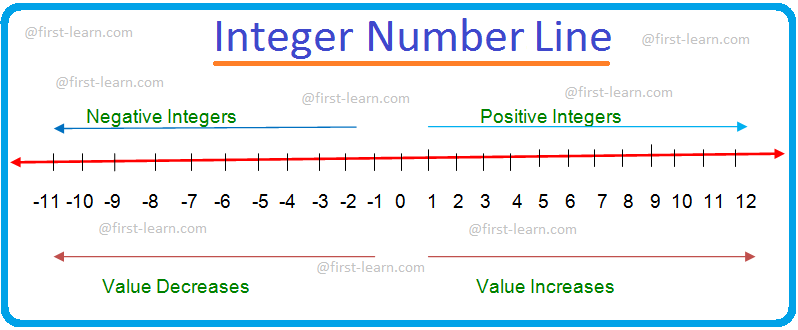
Notăm cu ***Z*** *+* mulţimea numerelor întregi pozitive ***Z +***={ x ϵ Z | x>0}

Numerele întregi pozitive corespund numerelor naturale și scrierea semnului “+” în fața acestora este opțională.

Introducerea numerelor întregi a fost necesară pentru a putea efectua operația de scădere. În clasele mai mici, la numere naturale, ați învățat că nu putem efectua scăderea 3-10. Însă, în mulțimea numerelor întregi, orice operație de scădere are rezultat.



Mulţimea numerelor întregi negative Mulţimea numerelor întregi pozitive



#### Fiecărui număr întreg îi corespunde pe axa numerelor un punct. Numărul asociat punctului este abscisa (coordonata) sa.

Pe axa numerelor din desenul de mai sus punctele O (originea), I, A, B, C și D au abscisele 0, +1, +3, –1, +4, respectiv –4 și notăm O(0), I(+1), A(+3), B(–1), C(+4), D(–4).

#### Două numere întregi, care diferă doar prin semnul lor, se numesc opuse. Pe axa numerelor ele se reprezintă prin două puncte simetrice față de originea O.

Exemplu: +4 și –4 sunt numere întregi opuse și punctele C, respectiv D, prin care sunt reprezentate pe axă sunt simetrice în raport cu originea O (sau O este mijlocul segmentului CD).

Observație: Opusul numărului 0 este 0.

#### Distanța de la origine la punctul prin care este reprezentat un număr întreg a, pe axa numerelor, se numește modulul numărului a și se notează |a|.

Exemplu: În figura de mai sus modulul numărului +4 este egal cu distanța de la O la A și scriem |+4| = 4, iar modulul opusului său, – 4, este egal cu distanța de la O la B și |–4| = 4.

La fel obținem |0| = 0, |–1| = |+1|, |+3| = 3.

Observație: Modulele a două numere opuse sunt egale pentru că punctele care le reprezintă pe axa numerelor sunt egal depărtate de origine.

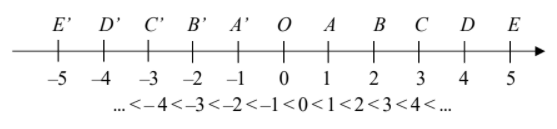
#### Dintre două numere întregi diferite mai mare este cel care pe axă este reprezentat în dreapta. Dintre două numere întregi pozitive (negative) este mai mare cel care are modulul mai mare (mic). Orice număr pozitiv este mai mare decât orice număr negativ.

**Exemple:**

1) ***Comparări***

a) –3 > –5 pentru că |–3| = 3 < 5 = |–5|.

b) –5 < +3 pentru că punctul C este la dreapta punctului E’ pe axă sau pentru că -5 este negativ și +5 este pozitiv.

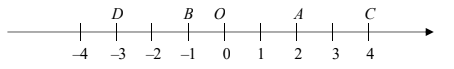


**2) Probleme cotidiene.**

**a)** Dintre doi cetățeni care au datorii la bancă, unul 1000 și celălalt 2000 unități bancare, care ar trebui să fie mai liniștit ? Să modelăm informația în limbajul numerelor întregi.

b) Doi cetățeni au, unul un depozit de 1000 la bancă, iar celălalt un credit de 1000. Care ar trebui să fie mai liniștit ? Să modelăm informația în limbajul numerelor întregi.

**3) Copiați și reprezentați pe axă punctele A’, B’, C’, D’, ale căror abscise sunt, respectiv opusele absciselor punctelor A, B, C, D din desenul dat.**



***Rezolvare:***



Abscisa punctului A este 2 și opusul lui 2 este – 2, deci vom reprezenta punctul A’ de abscisă – 2. Analog, punctul B are abscisa – 1, iar opusul lui – 1 este 1 și vom reprezenta punctul B’ de abscisă 1; punctul C are abscisa 4 și opusul lui este – 4 și vom reprezenta punctul C’ de abscisă – 4; punctul D are abscisa – 3 și opusul lui este 3 și vom reprezenta punctul D’ de abscisă 3. Astfel, se obțin punctele A’(–2), B’(1), C’(–4) și D’(3).

**4) Determinați mulțimile:**

****

**Rezolvare:**

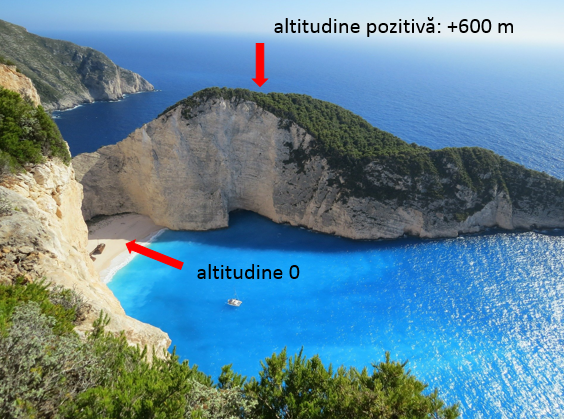
Numerele întregi x a căror distanță pe axă este mai mică sau egală cu 2 sunt cele pozitive 1 și 2, dar și cele negative –2 și –1, cât și numărul întreg 0. Deducem că A = {–2, –1, 0, 1, 2}. Dacă |y| < 4, atunci numerele întregi y sunt cele pozitive 1, 2 și 3, cele negative – 1, – 2 și – 3, dar și 0. Obținem B = {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3}. Cum |z| > 0, pentru orice număr întreg nenul, deducem că C=Z\*.

**5) În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile la ora 8, la o stație meteo, în fiecare zi a unei săptămâni din luna februarie.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ziua | luni | Mați | Miercuri | joi | vineri | sâmătă | duminică |
| Temperatura (℃) | -1 | -8 | -10 | -3 | 1 | 3 | 5 |

**Conform tabelului, media aritmetică a temperaturilor pzitive este egală cu ... ℃**

**6) Cu siguranță ați văzut iarna, la prognoza meteo, că unele temperaturi au semnul minus. Aceste temperaturi sunt sub zero grade și din acest motiv le vom numi temperaturi negative (ex: -7℃). În schimb, vara vom avea temperaturi pozitive, deoarece vara temperatura este mai mare de 0 grade (ex: 25℃).**



Altitudine pozitivă: +600 m Altitudine negativă: -60 m

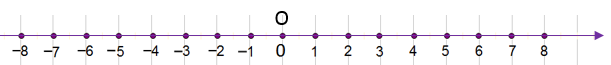
Cel mai adânc punct de pe suprafața pământului este Groapa Marianelor, din Oceanul Pacific, având o adâncime/altitudine de aproximativ -11000 metri. Cel mai înalt loc este Vârful Everest, din Munții Himalaya, având +8848 m.

Numerele întregi pozitive corespund numerelor naturale și scrierea semnului “+” în fața acestora este opțională.

Introducerea numerelor întregi a fost necesară pentru a putea efectua operația de scădere. În clasele mai mici, la numere naturale, ați învățat că nu putem efectua scăderea 3-10. Însă, în mulțimea numerelor întregi, orice operație de scădere are rezultat.

#### Compararea și ordonarea numerelor întregi

Pe o dreaptă fixăm un punct O numit origine, o unitate de măsură și un sens pozitiv indicat de săgeată. Punctului O îi corespunde numărul zero. Obținem astfel o *axă a numerelor*, pe care vom reprezenta câteva numere întregi. Nu le putem reprezenta pe toate, pentru că mulțimea numerelor întregi este *infinită.*



**Mulțimea numerelor întregi** este reuniunea dintre mulțimea numerelor naturale pozitive, cu opusele lor (numere negative) și cu numărul 0.

straight integer numbers equals open curly brackets... comma space minus n comma space... comma space minus 3 comma space minus 2 comma space minus 1 comma space 0 comma space 1 comma space 2 comma space 3 comma space... comma space n comma space... close curly brackets
straight integer numbers to the power of asterisk times equals straight integer numbers backslash open curly brackets 0 close curly brackets

Are loc relația de incluziune:

straight natural numbers subset of straight integer numbers.

Dacă un număr este precedat de semnul '+', atunci numărul este *pozitiv*. Numerele pozitive sunt situate pe axă în partea dreaptă a numărului 0.

Dacă un număr este precedat de semnul '-', atunci numărul este *negativ*. Numerele negative sunt situate pe axă în partea stângă a numărului 0.

*Observație:* convenim ca semnul '+' în fața numerelor întregi pozitive să nu se mai scrie.

*Exemplu:* +9 = 9; +37 = 37.

#### Valoarea absolută a unui număr întreg

**Valoarea absolută** sau **modulul** unui număr întreg reprezintă distanța de la origine până la poziția acestuia pe axa numerelor.

*Exemple:*

open vertical bar negative 2 close vertical bar equals 2
open vertical bar plus 4 close vertical bar equals 4
open vertical bar negative 15 close vertical bar equals 15
open vertical bar 0 close vertical bar equals 0

**Opusul unui număr întreg** *x* este numărul *-x*, astfel încât *x+ (-x) = (-x)+x = 0.*

*Exemple:*

opusul numărului 3 este numărul -3

opusul numărului -5 este numărul 5

opusul numărului 0 este 0

Două numere întregi sunt *opuse* dacă au semne contrare și aceeași valoare absolută.

Valoare absolută a unui număr întreg pozitiv este numărul respectiv.

Valoare absolută a unui număr întreg negativ este opusul acestuia.

Prin urmare, pentru orice număr întreg *a*, are loc:

open vertical bar a close vertical bar equals space left enclose negative a comma space d a c ă space a less than 0
space space 0 comma space d a c ă space a equals 0
space space a comma space d a c ă space a greater than 0. end enclose





#### Ordonarea numerelor întregi

Două numere întregi *a* și *b* sunt în relația *a < b* dacă, reprezentându-le pe axă, *b* este situat la dreapta lui *a*.

Pentru a compara două numere întregi, vom ține cont de următoarele aspecte:

numărul 0 este mai mic decât orice număr întreg pozitiv; *ex: 0 < +5*

dintre două numere întregi pozitive, este mai mare cel cu modulul mai mare; *ex: 32 >10*

numărul 0 este mai mare decât orice număr întreg negativ; *ex: 0 > -6*

dintre două numere întregi negative, este mai mare cel cu modulul mai mic; *ex: -8 > -12*

orice număr întreg pozitiv este mai mare decât orice număr întreg negativ; ex: 7 > -14.

#### Operaţii cu numere întregi

#### Adunarea şi scăderea

*1. Adunarea numerelor întregi cu același semn*

Pentru a aduna două numere întregi cu același semn, *se adună* modulele lor, iar rezultatul va avea semnul comun.

*Exemple:*

left parenthesis plus 2 right parenthesis plus left parenthesis plus 8 right parenthesis equals plus 10
left parenthesis negative 3 right parenthesis plus left parenthesis negative 5 right parenthesis equals negative 8

*2. Adunarea numerelor întregi cu semne diferite*

Pentru a aduna două numere întregi cu semne diferite, *se scad* modulele lor, iar rezultatul va avea semnul numărului cu modulul mai mare.

*Exemple:*

5 plus left parenthesis negative 3 right parenthesis equals 2
minus 9 plus 3 equals negative 6

*Observație:* suma a două numere întregi opuse este egală cu 0.

left parenthesis negative 11 right parenthesis plus 11 equals 0

*Proprietățile adunării numerelor întregi*

asociativitatea: *a+(b+c) = (a+b)+c,* oricare ar fi numerele întregi *a, b, c*

comutativitatea: *a+b = b+a*, oricare ar fi numerele întregi *a* și *b*

numărul 0 este element neutru: *a+0 = 0+a =a*, oricare ar fi numărul întreg *a.*

*3. Scăderea numerelor întregi*

Scăderea unui număr întreg este echivalentă cu adunarea opusului acelui număr.

*Exemple:*

left parenthesis negative 8 right parenthesis minus left parenthesis plus 3 right parenthesis equals left parenthesis negative 8 right parenthesis plus left parenthesis negative 3 right parenthesis equals negative 11
9 minus left parenthesis negative 5 right parenthesis equals 9 plus left parenthesis plus 5 right parenthesis equals 14

(am adunat la descăzut opusul scăzătorului).

#### Înmulţirea şi împărţirea

*Produsul a două numere întregi cu același semn este un număr întreg pozitiv, al cărui modul se obține înmulțind modulele celor două numere.*

*Exemple:*

left parenthesis plus 3 right parenthesis times left parenthesis plus 7 right parenthesis equals plus 21
left parenthesis negative 5 right parenthesis times left parenthesis negative 6 right parenthesis equals plus 30

*Produsul a două numere întregi cu semne diferite este un număr întreg negativ, al cărui modul se obține înmulțind modulele* celor două numere.

*Exemple*:

left parenthesis negative 2 right parenthesis times left parenthesis plus 9 right parenthesis equals negative 18
3 times left parenthesis negative 5 right parenthesis equals negative 15

*Proprietățile înmulțirii numerelor întregi*

Fie *a, b, c* numere întregi. Au loc următoarele proprietăți:

comutativitatea: *a·b = b·a*

asociativitatea: *(a·b)·c = a·(b·c)*

numărul 1 este element neutru: *a·1 = 1·a = a*

distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere:*a·(b+c)=a·b+a·c* și *a·(b-c)=a·b-a·c*

*Împărțirea numerelor întregi*

*Câtul a două numere întregi cu același semn este un număr întreg pozitiv, al cărui modul se obține împărțind modulele celor două numere.*

*Exemple:*

left parenthesis plus 35 right parenthesis colon left parenthesis plus 7 right parenthesis equals plus 5
left parenthesis negative 63 right parenthesis colon left parenthesis negative 9 right parenthesis equals plus 7

*Câtul a* *două numere întregi cu semne diferite este un număr întreg negativ, al cărui modul se obține împărțind modulele celor două numere.*

*Exemple:*

left parenthesis plus 72 right parenthesis colon left parenthesis negative 9 right parenthesis equals negative 8
left parenthesis negative 32 right parenthesis colon 8 equals negative 4![plus times plus equals plus
minus times negative equals plus
plus times negative equals negative
minus times plus equals negative
](data:image/png;base64,iVBORw0KGgoAAAANSUhEUgAAAE4AAABiCAYAAAD+xOVQAAABOUlEQVR4Xu3ZQW7EIAwF0Nz/Ij1mq0rtxjJJcAhJJu9JfzMDGMwuLEvbd/zhBDNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WEOlxu+crfSqzGnqWezrL716apzp0D7irWVp2fr/X1wvywyxZpayQ5N3qtSIB8zSqzKnaehiDTNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WMOMGnvcZR8AAAAAPJrPTEWvaFx8b8jSqzJniOpz4V2UGhdvK8uW3nFrmSHWzPJx4gGz9KrMYdG4Mo0r0jgAAACAw3xiKdK4ors3Lr4vZLlEpfDTnwdL4m1l2dI7bi0zxJpZupUmTRQPmOUSlxV+Oo0r0jgAAAAAbs4nrCKNK6o0Lr4vZHmM6vPgow4ZxdvKsqV33FpmiDWz3Fplg/GAWT7eKw55Bo0r0jgAAAAAAOBVfgAYSfBNAmcV9gAAAABJRU5ErkJggg==)

**Concluzie:** regula semnelor este valabilă atât la înmulțirea cât și la împărțirea numerelor întregi și aceasta este următoarea:

*c) Ridicarea la putere a numerelor întregi*a to the power of n equals stack a times a times a times... times a with underbrace below
space space space space space space space space space space space space space space space space space space n space o r i

Fie *a* un număr întreg, iar *n* un număr natural nenul.

*a*- se numește bază

*n*- se numește exponent

*Exemplu:*

left parenthesis plus 2 right parenthesis to the power of 5 equals 2 to the power of 5 equals 2 times 2 times 2 times 2 times 2 equals 32

*Observații:*

1. Atunci când ridicăm la o putere un număr *pozitiv,* rezultatul va fi întotdeauna un număr pozitiv.

2. Atunci când ridicăm la o putere un număr *negativ*, avem două situații posibile:

dacă exponentul este un număr par, rezultatul este pozitiv

dacă exponentul este un număr impar, rezultatul este negativ

left parenthesis negative a right parenthesis to the power of n equals open curly brackets table attributes columnalign left end attributes row cell space space space a to the power of n comma space n minus p a r end cell row cell negative a to the power of n comma space n minus i m p a r end cell end table close a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space n element of straight natural numbers

*Exemple:*

*left parenthesis negative 2 right parenthesis to the power of 5 equals negative 32
left parenthesis negative 2 right parenthesis to the power of 6 equals 64
left parenthesis negative 1 right parenthesis to the power of 2015 equals negative 1
left parenthesis negative 1 right parenthesis to the power of 2016 equals 1*

*Reguli de calcul cu puteri*

a to the power of m times a to the power of n equals a to the power of m plus n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m colon a to the power of n equals a to the power of m minus n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers comma space m greater or equal than n right parenthesis

open parentheses a to the power of m close parentheses to the power of n equals a to the power of m times n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m times b to the power of m equals left parenthesis a times b right parenthesis to the power of m space left parenthesis a comma b element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m colon b to the power of m equals left parenthesis a colon b right parenthesis to the power of m space left parenthesis a comma b element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of 0 equals 1 space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times right parenthesis

a to the power of 1 equals a space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times right parenthesis

#### Ordinea efectuării operațiilor cu numere întregi

Ordinea efectuării operațiilor cu numere întregi este aceeași ca și la numere naturale:

mai întâi calculăm ridicările la putere (operații de ordinul III)

apoi efectuăm înmulțirile și împărțirile (operații de ordinul II)

la final efectuăm adunările și scăderile (operații de ordinul I).

Dacă într-un exercițiu avem și paranteze, efectuăm mai întâi operațiile din parantezele rotunde, apoi operațiile din parantezele pătrate, apoi din acolade.

***Aplicabilitate***

Un centru comercial are 8 nivele: parter, 5 etaje, un demisol și o parcare subterană. O persoană aflată la etajul 4 coboară 6 nivele. La ce nivel a ajuns?

*Rezolvare:*

Reprezentăm cele 8 nivele pe o “axă” verticală. O persoană aflată la etajul 4, care coboară 6 nivele, va ajunge la parcarea subterană.

5

Etaj 5

4

Etaj 4

3

Etaj 3

2

Etaj 2

1

Etaj 1

0

Parter

-1

Demisol

-2

Parcare

#### Probleme care se rezolvă cu ecuații/inecuații în contextul numerelor întregi

A1.Un tensiometru, împreună cu bateria sa, costă 155 lei, iar tensiometrul este cu 135 lei mai scump decât bateria. Determinați prețul bateriei și prețul tensiometrului prin următoarele procedee:

Folosind reprezentarea prin segmente, dată;

Fie segmentul negru, prețul tensiometrului, iar segmentul cu albastru, prețul bateriei.

Fie segmentul cu roșu, prețul celor 2, adică 155 lei. Segmentul verde reprezintă 135 lei.

Notați cu x prețul în lei al bateriei, exprimați prețul tensiometrului în funcție de prețul bateriei, formați ecuația prin care se exprimă problema în limbaj matematic, rezolvați ecuația și formulați răspunsul. În final, verificați prețurile obținute.

A2. Trei numere naturale consecutive au suma mai mică decât 19. Determinați cele trei numere, parcurgând următorii pași:

a) Notați cu x numărul cel mai mic și exprimați următoarele două numere cu ajutorul lui;

b) Formați inecuația prin care se exprimă problema în limbaj matematic și rezolvați această

inecuație;

c) Formulați răspunsul;

d) Verificați rezultatele obținute;

e) Stabiliți ce altă necunoscută ar fi putut fi notată cu x și rezolvați problema în acest caz;

f) Rezolvați problema și prin alte metode studiate (figurativă, încercări etc).

*Etapele rezolvării problemelor cu ajutorul ecuațiilor (inecuațiilor) sunt următoarele:*

1. Identificarea datelor cunoscute și a celor necunoscute din enunțul problemei.

2. Stabilirea necunoscutei (notată de regulă cu x) și exprimarea celorlalte necunoscute (dacă există) cu ajutorul acesteia.

3. Formarea ecuației / inecuației care transcrie problema în limbaj matematic.

4. Rezolvarea ecuației / inecuației.

5. Interpretarea soluției / soluțiilor și formularea răspunsului la problemă.

6. Verificarea soluțiilor obținute în forma inițială (neprelucrată) a problemei.

***Exemplu:***

Am cumpărat de la magazin bomboane, napolitane şi suc și am plătit în total 123 lei. Napolitanele au fost cu 9 lei mai ieftine decât dublul cantităţii de bomboane, iar sucul a fost cu 6 lei mai scump decât triplul cantităţii de bomboane. Cât a costat fiecare ?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pas 1. Identificarea datelor cunoscute și a celor necunoscute din enunțul problemei.

Cunoaștem: costul total și preţurile napolitanelor şi sucului, comparativ cu preţul bomboanelor.

Pas 2. Stabilirea necunoscutei (notată de regulă cu x) și exprimarea celorlalte necunoscute (dacă

există) cu ajutorul acesteia. Notăm cu x prețul bomboanelor. Atunci preţul napolitanelor, fiind cu 9 mai mic față de dublul preţului bomboanelor, este 2x – 9, iar preţul sucului, fiind mai mare cu 6 decât triplul preţului bomboanelor, este 3x + 6.

Pas 3. Formarea ecuației / inecuației care transcrie problema în limbaj matematic. Suma totală fiind 123, deducem că x + (2x – 9) + (3x + 6) = 123.

Pas 4. Rezolvarea ecuației / inecuației.

x + 2x – 9 + 3x + 6 = 123 ⇔ 6x – 3 = 123 ⇔ 6x = 126 și x = 21.

Pas 5. Interpretarea soluției / soluțiilor și formularea răspunsului la problemă. Bomboanele au costat 21 lei, napolitanele 2 21 – 9 = 42 – 9 = 33 lei, iar sucul 3 21 + 6 =

63 + 6 = 69 lei.

Pas 6. Verificarea soluțiilor obținute în forma inițială (neprelucrată) a problemei. Calculăm suma totală: 21 + 33 + 69 = 33 + 90 = 123. Deci, costurile determinate sunt corecte.

Clubul de teatru percepe o taxă de intrare la spectacol de 4€ pentru fiecare elev. Clubul s-a împrumutat de la părinți cu 400€ pentru costume, sală și consumabile. După spectacol, a înapoiat părinților împrumutul și a rămas cu 100€. Câți spectatori au fost la spectacol ?

Să stabilim datele cunoscute, cele necunoscute, necunoscuta care se notează cu x, ecuaţia. Rezolvăm ecuaţia şi interpretăm soluţia.

Aflați două numere întregi, știind că unul este triplul celuilalt, iar suma lor este egală cu –36.

Rezolvare: Dacă notăm unul dintre numere cu x, celălalt este 3x, obținem ecuația

x + 3 x = – 36. De aici, adunând 2 în fiecare termen, avem 4 x = – 36. Deci, un număr este x

= – 36 : 4 = – 9, iar celălalt este – 9  3 = – 27. Într-adevăr, – 9 + 3 (– 9) = – 36.

Dacă din produsul dintre un număr întreg și 3 scădem 2, obținem un număr cuprins între –8 și 7. Aflați numerele întregi care verifică această condiție.

Rezolvare: Notând cu x numărul întreg necunoscut, condiția din enunț se scrie sub forma:

– 8 < 3 x – 2 < 7. De aici, deducem că ‒ 8 + 2 < 3x < 7 + 2 – 6 < 3x < 9 și – 2 < x < 3. Deci

x poate fi– 1, 0, 1, 2.

#### Fișă de lucru

1. Suma dintre un număr întreg și 130 este –15. Determină numărul întreg.

2. Diferența dintre 59 și un număr întreg este 19. Determină numărul întreg.

3. Produsul dintre un număr întreg și –7 este 56. Determină numărul întreg.

4. Câtul dintre un număr întreg și 8 este –3. Determină numărul întreg.

5. Află numerele întregi negative care, adunate cu 3, dau cel puțin –1.

6. Află numerele întregi pozitive din care, dacă se scade 5, se obține cel mult 2.

7. Dacă dublul unui număr întreg se adună cu 3, se obține un număr cuprins între –5 și 5. Află

aceste numere.

8. Află numerele întregi al căror modul este mai mic cu 5 decât 13.

9. Află numerele întregi al căror modul este cu – 5 mai mic decât –2.

10. Află numerele întregi al căror modul este cu 3 mai mare decât 7.

11. Determină cel mai mare număr întreg negativ care, prin împărțire la 5 și la 7, dă restul 1.

12. Media aritmetică a numerelor 2, x, –6 și 8 este 2. Află numărul întreg x.

13. Media aritmetică a trei numere întregi este 4. Află unul dintre numere, știind că media

aritmetică a celorlalte două este –2.

14. Află numărul întreg care, adunat la numerele 15, 21 și 18, face ca media lor aritmetică să

se mărească cu 2.

15. Dacă în fiecare bancă a unei clase se așază câte 2 elevi rămân 3 elevi în picioare, iar dacă

se așază câte 3 elevi într-o bancă rămân 4 bănci libere. Câte bănci și câți elevi sunt în clasă?

16. Un bilet la cinema costă 18 lei, iar un bilet la teatru 45 lei. Află câte bilete la teatru se pot

cumpăra cu suma plătită pentru 5 bilete de cinema.

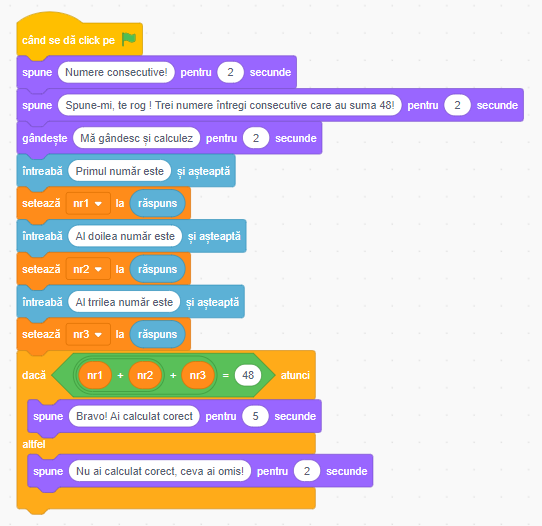
17. Suma a trei numere întregi impare consecutive este –33. Află cele trei numere.

#### Proiect scratch

Modelează următorul scenariu: Pe un fundal verde cu titlul „Numere consecutive”, un personaj spune „Spune-mi, te rog ! Trei numere întregi consecutive care au suma 48 (unde 48 este ales aleatoriu până la 1000). Și așteaptă răspunsul (listă cu separatorul virgulă), urmând comentariul adecvat „Bravo !” sau „Of ! Trebuia …” (urmat de valoarea corectă, la noi ar fi 15,16,17).

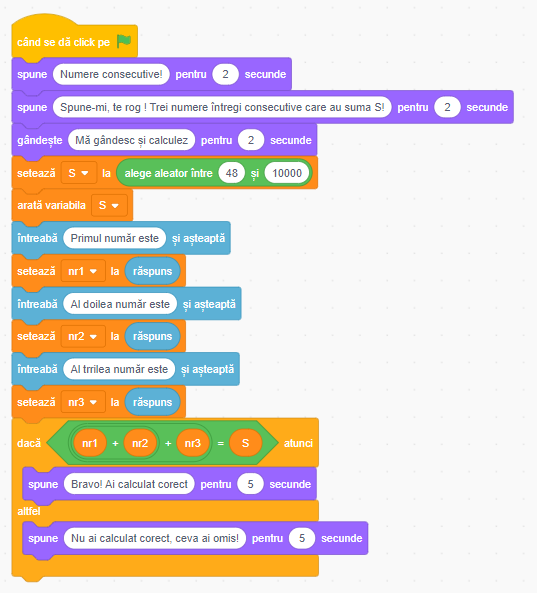
Realizare proiect:

Știu că suma este 48



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Selectează calculatorul aleatoriu un număr cuprins între 48și 1000



#### Surse

<http://fs.unm.edu/EnciclopediaNumerelor.pdf>

<https://drive.google.com/file/d/1sdynPztLBAxrSM1I7--UhevQkjp7zwpO/view> **- manual edupedu**

<https://www.matera.ro/2019/12/numere-intregi/>

#### Test de evaluare – model 1

Propoziţiile următoare sunt adevărate sau false?

(-19) + (-43) = -56

(-81) : (+27) = -3

(-3)2 2 – (-2)3  = -26 (6p)

Suma a 7 numere întregi consecutive este egala cu 0. Încercuiţi răspunsul corect:

produsul numerelor este -3;

produsul numerelor este 0;

produsul numerelor este 3;

produsul numerelor este -1: (6p)

Asociaţi numărului corespunzător fiecărei ecuaţii din coloana **A** litera corespunzătoare soluţiei din coloana **B**:

|  |  |
| --- | --- |
| **A**  4x+3=6x–7  –2 x–8=4x+4  |x|=4  6x–2=4  x:5= -3 | **B**  -2  -15  1  5  -4; +4 (5p) |

a) Numărul întreg egal cu opusul său este........

b) Suma dintre un număr întreg şi opusul său este..............

c) Produsul a două numere întregi este 0 dacă.............. (6p)

Rezolvaţi complet următoarele exerciţii:

Determinaţi valorile întregi ale lui x pentru care . (6p)

Să se rezolve ecuaţia . (7p)

Fie mulţimile: A=

B= {

Calculaţi AB (14p)

*Timp de lucru 50 min.*

*TOTAL 50p.*

**BAREM DE CORECTARE**

a) falsă 2p

b) adevărată 2p

c) falsă 2p

Pentru încercuirea răspunsului b) 6p

Pentru perechile: 1→d 1p

2→a 1p

3→e 1p

4→c 1p

5→b 1p

a) 0 2p

b) 0 2p

c) dacă unul dintre numere este 0 2p

I. x  D8 2p

x{±1; ±2; ±4; ±8 4p

II. | 10 2p

2(3x+1)=5(x+7)-50 2p

6x+2=5x+35-50 1p

6x-5x=35-50-2 1p

x=-17 1p

III. 2x-5>-15

2x>-10 2p

x>-5 2p

A = {-4; -3; -2; -1; 0;.................. 2p

3x+1≤8

3x≤7 2p

x≤ 2p

B = {....................-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2 2p

AB= {-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2 2p

***Nomograma testului cu itemi din program.***

Total 50p. Pentru nota 5 am stabilit 50% din total.

Chart, diagram

Description automatically generated with medium confidence Deci 

Testul s-a dat pe un total de 24 elevi.

Notele obţinute sunt conform punctajului:

Nota 5 \_ \_ \_ \_ \_ - 2 note

6 \_ \_ \_ \_ \_ - 4 note

7 \_ \_ \_ \_ \_ - 6 note

8 \_ \_ \_ \_ \_ - 5 note

9 \_ \_ \_ \_ \_ - 4 note

10 \_ \_ \_ \_ \_ - 3 note

Curba notelor:

Chart, engineering drawing, line chart

Description automatically generated with medium confidence

**Analiza rezultatelor administrării testului de evaluare**

1. Motivaţie

În testul pe care l-am realizat am avut în vedere conţinuturile solicitate în programa pentru teza cu subiect unic la disciplina matematică, clasa a VII-a, în semestrul I.

Am construit acest test docimologic urmărind să verific performanţele elevilor în vederea susţinerii tezei cu subiect unic. De asemenea am urmărit măsurarea gradului de cunoaştere a conţinuturilor cuprinse în unitatea de învăţare: „Numere întregi”.

2. Formularea obiectivelor de evaluare.

După parcurgerea unităţii de învăţare elevul este capabil:

Să dovedească că şi-a însuşit conţinuturile din unitatea de învăţare;

Să sesizeze şi să motiveze conexiunile ce se pot efectua între punctele din unitatea de învăţare;

Să facă corespondenţa între diversele puncte din unitatea de învăţare;

Să selecteze dintr-o listă de formule pe acelea adecvate testului;

Să redacteze un eseu structurat.

3. Ipoteze de lucru

S-au selectat din programa şcolară conţinuturi reprezentative privind rezolvarea problemelor din itemi. Capacităţile intelectuale ale elevilor depăşesc nivelul mediu. Toţi elevii clasei pot obţine note mai mari de 5.

4.Experimentarea testului

S-a realizat pe un eşantion de 24 elevi din clasa a VII-a A de la Colegiul Național Elena Cuza, sector 6, București.

**F. Analiza statistică şi ameliorarea testului**

Număr de elevi testaţi: 24

Media ponderată:

A picture containing text

Description automatically generatedA picture containing text

Description automatically generated=A picture containing text, watch

Description automatically generated==7,58

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nota | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nr. de note | 2 | 4 | 6 | 5 | 4 | 3 |

Rezultate pe itemi:

Testul a cuprins toate categoriile de itemi.

***1.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Categoria de itemi | Tipul itemului | Nr. soluţiilor corecte | Procent de reuşită |
| Obiectivi | Cu alegere duală | 24 | 100% |

Formularea premizei, a cheii şi distractorilor a fost corectă.

Concluzie: pentru că toate răspunsurile elevilor au fost corecte se concluzionează că itemii aleşi nu au fost în concordanţă cu nivelul de predispoziţie al elevilor din clasa evaluată.

Recomandări: formularea unor itemi în cadrul cărora să solicite operaţii de gândire mai complexe.

***2.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Categorii de itemi | Tipul itemului | Nr. răspunsuri corecte | Procent de reuşită |
| Obiectivi | alegere multiplă | 21 | 87,5% |

Itemii au fost formulaţi corect.

Premisele şi răspunsurile s-au aflat pe aceeaşi pagină.

Concluzie: itemii solicitaţi au fost la nivelul de predispoziţie al elevilor din clasa evaluată.

Recomandare: formularea unor itemi pentru solicitarea operaţiilor de gândire mai complexe.

***3.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Categorii de itemi | Tipul itemului | Nr. răspunsuri corecte | Procent de reuşită |
| Obiectivi | de împerechere | 18 | 75% |

Itemii au fost formulaţi corect, propunerile din coloana a doua fiind plauzibile, intuind greşeli de calcul care pot apărea .

Concluzia: cele mai frecvente greşeli au apărut la trecerea termenilor dintr-un membru în altul.

Recomandare: se vor realiza mai multe exerciţii de acest tip la clasă.

***4.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Categorii de itemi | Tipul itemului | Nr. răspunsuri corecte | Procent de reuşită |
| Cu răspuns deschis | lacunar | 16 | 66,6% |

Itemii au fost clar formulaţi permiţând de asemenea răspunsuri clare , fără riscul unei ambiguităţi.

Concluzie: confuziile din răspunsuri demonstrează că asimilarea informaţiei nu este suficientă, necesitând mai multă atenţie.

Recomandare: se va insista pe reactualizarea cunoştinţelor legate de operaţiile cu numere întregi.

***5.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Categorii de itemi | Tipul itemului | Nr. răspunsuri corecte | Procent de reuşită |
| Cu răspuns deschis | elaborat în întregime | 5 | 25% |

Acest ultim subiect a fost structurat pe subpuncte. La primul item al subiectului 23 de elevi au răspuns corect.

La itemul II, 16 elevi au răspuns corect, 5 elevi greşind numai în final.

Itemul III însă le-a pus mai multe probleme elevilor.

Recomandări: realizarea la clasă a mai multor exerciţii de tipul itemului III şi revenirea asupra noţiunilor despre mulţimi şi operaţii cu mulţimi.

#### Test de evaluare – model 2

**1p** **1**. a) Scrieţi opusul numărului +124

b)Scrieti modulul numărului | -76 |

**1p** **2**. Scrieţi numerele întregi mai mari sau egale cu -3 şi mai mici sau egale cu 1.

**1p** **3**.Ordonaţi crescǎtor urmǎtoarele numere întregi: -2; 0; -7; +4; 12; -11; +7; -8

**2p** **4**.Puneţi unul dintre semnele >, <, =, astfel ca propoziţiile de mai jos sǎ fie adevǎrate:

– 5 -4 b) - 1 1 c) 0 -3 d) 1 | -8 |

**2p** **5.** Calculaţi :

a) (+4) + (-9) = f) ( -40) : ( -10)=

b) (+1) - (-7)= g) (-2)2 =

c) -15-6 = h) 20150 =

d) -9 + │-3│= i) -52 =

e) (- 6) ∙( +7) = j) (-3)37 :(-3)35 =

**3p 6.** Calculaţi:

a) 

b) 

c) · =

d) 

e) (-2)101:299-10∙{ -3-3∙[(-3)5:34-2]}