

**Cum se compară fracțiile**

Clasă: NC2-K7/K8

**Cuprins**

[Cum se compară fracțiile pozitive 3](#_Toc125484207)

[Cum se compară fracțiile negative 4](#_Toc125484208)

[Amplificarea și simplificarea unei fracții 4](#_Toc125484209)

[Ce fracții se pot simplifica? Fracții ireductibile. 5](#_Toc125484210)

[De ce simplificăm o fracție? 6](#_Toc125484211)

[Cum se compară două fracții? 7](#_Toc125484212)

[1. Fracții de semn diferit 7](#_Toc125484213)

[2. O fracție subunitară, alta supraunitară 7](#_Toc125484214)

[3. Fracții cu numărători egali dar și cu numitori egali 7](#_Toc125484215)

[4. Fracții cu numărători diferiți dar cu numitori egali 7](#_Toc125484216)

[5. Fracții cu numitori diferiți dar numărători egali 8](#_Toc125484217)

[6. Fracții cu numitori și numărători diferiți 8](#_Toc125484218)

[*Exemplu*, compară două fracții subunitare de același semn, cu numitori și numărători diferiți, cu explicații: 16/24 vs. 45/75 9](#_Toc125484219)

[Teorie: sortarea fracțiilor ordinare multiple 10](#_Toc125484220)

[Cum se sortează mai multe fracții? 10](#_Toc125484221)

[Un exemplu de sortare a trei fracții subunitare pozitive, cu numitori și numărători diferiți, cu explicații 11](#_Toc125484222)

[Surse 12](#_Toc125484223)

[Exemple 12](#_Toc125484224)

[Exerciții și probleme 13](#_Toc125484225)



### **Cum se compară fracțiile pozitive**

* Dacă două fracții pozitive au **același numitor**, atunci fracția care are numărătorul mai mare este mai mare decât cealaltă: 2/7 < 6/7. De ce? 7 părți dintr-un număr mai mare, 6, este întotdeauna mai mare decât 7 părți dintr-un număr mai mic, 2;
* Dacă două fracții pozitive au **același numărător**, fracția cu numitor mai mare este mai mică decât cealaltă: 5/9 < 5/7. De ce? Când împărțim aceeași cantitate, 5, în mai puține părți, 7, rezultatul e mai mare decât atunci când o împărțim în mai multe părți, 9;

În cazul a două fracții pozitive cu **numărători și numitori diferiți**:

* orice fracție pozitivă subunitară (care e mai mică decât 1) e mai mai mică decât orice fracție echiunitară (care e egală cu 1), care la rândul său e mai mică decât orice fracție supraunitară (care e mai mare decât 1):

3/7 < 1 < 5/2

* dacă fracțiile sunt ambele subunitare sau supraunitare, ele se aduc mai întâi la același numitor, fracția cu numărător mai mare este mai mare decât cealaltă:

8/9 ? 5/7

(8 × 7) / (9 × 7) ? (5 × 9) / (7 × 9)

56/63 > 45/63

8/9 > 5/7

### **Cum se compară fracțiile negative**

* Dacă două fracții negative au **același numitor**, atunci fracția care are numărătorul mai mare este mai mică decât cealaltă: - 2/7 > - 6/7
* Dacă două fracții negative au **același numărător**, fracția cu numitor mai mare este mai mare decât cealaltă: - 5/9 > - 5/7

În cazul a două fracții negative cu **numărători și numitori diferiți**:

* orice fracție negativă subunitară (care e mai mare decât -1) e mai mai mare decât orice fracție echiunitară negativă (care e egală cu -1), care la rândul său e mai mare decât orice fracție supraunitară negativă (care e mai mică decât -1):

- 3/7 > -1 > - 5/2

* dacă fracțiile sunt ambele subunitare sau supraunitare, ele se aduc mai întâi la același numitor, fracția cu numărător mai mare este mai mică decât cealaltă:

- 8/9 ? - 5/7

- (8 × 7) / (9 × 7) ? - (5 × 9) / (7 × 9)

- 56/63 < - 45/63

- 8/9 < - 5/7

**Amplificarea și simplificarea la fracții echivalente, exemple**

### **Amplificarea și simplificarea unei fracții**

Dacă numărătorul și numitorul unei fracții A sunt multiplii numărătorului și respectiv numitorului altei fracții, B, spunem că fracția A s-a obținut prin amplificarea fracției B.

De exemplu:

8/9 = (8 × 5) / (9 × 5) = 40/45

În acest caz spunem că fracția 40/45 a fost obținută prin amplificarea fracției 8/9 - mai exact, înmulțind atât numărătorul cât și numitorul cu numărul 5.

**Amplificarea unei fracții** înseamnă înmulțirea atât a numărătorului cât și a numitorului fracției cu același număr diferit de zero, această operație generând o fracție echivalentă:

a/b = (a × c) / (b × c)

Operația inversă amplificării se numește simplificare.

**Simplificarea** înseamnă împărțirea atât a numărătorului cât și a numitorului fracției la același număr diferit de zero, această operație generând o fracție echivalentă:

a/b = (a : c) / (b : c)

Operația:

2/7 = (2 × 3) / (7 × 3) = 6/21

reprezintă, de la stânga la dreapta, o amplificare, iar de la dreapta la stânga o simplificare.

### **Ce fracții se pot simplifica? Fracții ireductibile.**

O fracție ordinară în care numărătorul și numitorul sunt **numere coprime** (singurul lor factor comun este 1) se numește **fracție ireductibilă** și nu poate fi simplificată.

Fracția 4/16 nu este ireductibilă și poate fi simplificată, din moment ce atât 4 cât și 16 se divid la 4.

În schimb, fracția 4/5 este ireductibilă și nu poate fi simplificată, din moment ce singurul factor comun al lui 4 și 5 este 1.

În concluzie, se poate simplifica orice fracție în care numitorul și numărătorul conțin factori comuni diferiți de 1, adică numerele nu sunt coprime.

### **De ce simplificăm o fracție?**

Este indicată simplificarea fracțiilor, deoarece prin această operație se micșorează atât valoarea numitorului cât și a numărătorului, ușurându-se calculele în care vor fi folosite respectivele fracții.

**Învață cum se simplifică fracțiile la forme echivalente. Fracții ireductibile. Factori primi comuni. Cel mai mare divizor comun, CMMDC. Exemple**

***Simplificarea fracțiilor. Fracții echivalente***

***Să învățăm printr-un exemplu, să simplificăm fracția: 12/16***

**Numărătorul fracției.** Numărul care se află deasupra liniei fracției, 12, se numește numărătorul fracției.

**Numitorul fracției.** Numărul care se află sub linia fracției, 16, se numește numitorul fracției.

**Valoarea fracției.** Fracția 12/16 ne arată în câte părți egale se împarte numărul de deasupra liniei fracției: 12 se împarte în 16 părți egale. Astfel, valoarea fracției se calculează ca:

12 : 16 = 0,75

Observăm că cele două numere, numărătorul și numitorul, se împart fără rest la 2, așa că le împărțim la același număr, 2:

12/16 = (12 : 2)/(16 : 2) = 6/8

Valoarea fracției 6/8 se calculează ca:

6 : 8 = 0,75

Observăm că valoarea fracției 6/8 este egală cu valoarea fracției 12/16, adică 0,75

**Fracție simplificată**. **Fracție echivalentă.** Fracția obținută, 6/8, se numește fracție echivalentă fracției inițiale 12/16, adică reprezintă aceeași valoare, aceeași proporție din întreg, și a fost obținută din fracția inițială prin simplificare: s-au împărțit atât numărătorul cât și numitorul la numărul 2.

## **Cum se compară două fracții?**

### **1. Fracții de semn diferit**

Orice fracție pozitivă e mai mare decât orice fracție negativă:

ex: 4/25 > - 19/2

### **2. O fracție subunitară, alta supraunitară**

Orice fracție pozitivă supraunitară e mai mare decăt orice fracție pozitivă echiunitară, care la rândul ei e mai mare decât orice fracție pozitivă subunitară:

ex: 44/25 > 1 > 19/200

Orice fracție negativă supraunitară e mai mică decăt orice fracție negativă echiunitară, care la rândul ei e mai mică decât orice fracție negativă subunitară:

ex: - 44/25 < -1 < - 19/200

### **3. Fracții cu numărători egali dar și cu numitori egali**

Fracțiile sunt egale:

ex: 89/50 = 89/50

### **4. Fracții cu numărători diferiți dar cu numitori egali**

**Fracții pozitive:** se compară numărătorii, fracția mai mare e cea care are numărătorul mai mare:

ex: 74/25 > 49/25

**Fracții negative**: se compară numărătorii, fracția mai mare e cea care are numărătorul mai mic:

ex: - 19/25 < - 17/25

### **5. Fracții cu numitori diferiți dar numărători egali**

**Fracții pozitive**: se compară numitorii, fracția mai mare e cea care are numitorul mai mic: ex: 24/25 > 24/26

**Fracții negative**: se compară numitorii, fracția mai mare este cea care are numitorul mai mare:

ex: - 17/25 < - 17/29

### **6. Fracții cu numitori și numărători diferiți**

Pentru a le putea compara, fracțiile trebuie aduse mai întâi la același numitor (sau dacă e mai ușor, aduse la același numărător).

#### 1) Dacă e cazul, simplifică fracțiile la forma lor echivalentă cea mai simplă, ireductibilă.

* Descompune numărătorul și numitorul fiecărei fracții în factori primi, mai exact, sub forma unui produs de factori primi în scrierea cu exponenți.
* Calculează cel mai mare divizor comun, CMMDC, al numărătorului și al numitorului fiecărei fracții în parte: înmulțește factorii primi comuni ai acestora, în mod unic, la puterile cele mai mici.
* Vom calcula căte un CMMDC pentru fiecare fracție în parte.
* Fiecare CMMDC calculat va fi folosit pentru a împărți atât numărătorul cât și numitorul fiecărei fracții, pentru a simplifica acea fracție.
* Împarte atât numărătorul cât și numitorul fiecărei fracții la cel mai mare divizor comun al lor, CMMDC.
* În acest moment fracțiile sunt simplificate la forma echivalentă cea mai simplă, ireductibilă.
* Prin simplificare nu se modifică valoarea fracției, ci doar se obține o fracție echivalentă.

#### 2) Calculează cel mai mic multiplu comun, CMMMC, al tuturor numitorilor fracțiilor.

* CMMMC va fi noul numitor al fracțiilor echivalente comparate.
* Descompune numitorii fracțiilor în factori primi, sub forma de produse de factori primi, în scrierea cu exponenți.
* Pentru a calcula CMMMC înmulțeșțe toți factorii primi ce apar în descompunerea numitorilor, în mod unic, la puterile cele mai mari.

#### 3) Compară numărătorii noilor fracții echivalente.

* La acest moment, fracțiile sunt aduse la același numitor, așa că pur și simplu mai rămâne să se compare numărătorii noilor fracții.
* Fracția mai mare este cea cu numărătorul mai mare, dacă fracțiile sunt pozitive.
* Dacă sunt negative, fracția mai mare este cea cu numărătorul mai mic.

### ***Exemplu*, compară două fracții subunitare de același semn, cu numitori și numărători diferiți, cu explicații: 16/24 vs. 45/75**

#### 1) Simplificăm fracțiile la forma lor echivalentă cea mai simplă, irediuctibilă:

Fracția 16/24:

* Descompune numărătorul și numitorul în produs de factori primi în notație exponențială:
* 16 = 24;
* 24 = 23 × 3;
* Calculează cel mai mare divizor comun, CMMDC, al numărătorului și al numitorului fracției, înmulțește toți factorii lor primi comuni, la puterile cele mai mici:
* CMMDC (16; 24) = CMMDC (24; 23 × 3) = 23;
* Împarte atât numărătorul cât și numitorul la cel mai mare divizor comun, CMMDC:
* 16/24 = 24 / (23× 3) = (24 : 23) / ((23× 3) : 23) = 2/3.

Fracția 45/75:

* Descompune numărătorul și numitorul în produs de factori primi în notație exponențială:
* 45 = 32 × 5;
* 75 = 3 × 52;
* Calculează cel mai mare divizor comun, CMMDC, al numărătorului și al numitorului fracției, înmulțește toți factorii lor primi comuni, la puterile cele mai mici:
* CMMDC (45; 75) = CMMDC (32 × 5; 3 × 52) = 3 × 5;
* Împarte atât numărătorul cât și numitorul la cel mai mare divizor comun, CMMDC:
* 45/75 = (32 × 5) / (3 × 52) = ((32 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 3/5.

Fracțiile simplificate sunt:

16/24 = 2/3;

45/75 = 3/5.

Fracțiile simplificate sunt fracții echivalente celor inițiale, fiecare avănd aceeași valoare cu fracția inițială.

16/24 ≈ 0,67; 2/3 ≈ 0,67;

45/75 = 0,6; 3/5 = 0,6;

#### 2) Compară numărătorii fracțiilor echivalente.

Fracțiile avănd acum același numitor, ne mai rămâne doar să le comparăm număratorii.

* 10 > 9 => 10/15 > 9/15 => 16/24 > 45/75.

**Învață cum se sortează în ordine crescătoare fracțiile cu număratori și numitori diferiți**

## **Teorie: sortarea fracțiilor ordinare multiple**

## **Cum se sortează mai multe fracții?**

* Sortarea fracțiilor poate fi mult ușurată dacă mai întâi se aranjează pe categorii fracțiile care trebuie sortate: fracții pozitive și negative, fracții supraunitare și subunitare.
* Ca regulă generală:
  + orice fracție pozitivă supraunitară e mai mare...
  + ... decât orice fracție pozitivă echiunitară, care e mai mare...
  + ... decât orice fracție pozitivă subunitară, care e mai mare...
  + ... decât zero, care e mai mare...
  + ... decât orice fracție subunitară negativă, care e mai mare...
  + ... decât orice fracție echiunitară negativă, care e mai mare...
  + ... decât orice fracție negativă supraunitară.
* Dacă toate fracțiile sunt din categorii diferite, atunci e foarte ușor de sortat, urmând regula de mai sus.
* Dacă avem mai mult de o fracție în fiecare categorie, trebuie mai întâi să comparăm fracțiile din fiecare categorie în parte, apoi le sortăm urmând regula de mai sus.

Mai jos vom sorta în ordine crescătoare trei fracții subunitare pozitive.

### **Un exemplu de sortare a trei fracții subunitare pozitive, cu numitori și numărători diferiți, cu explicații**

1/2 vs. 16/24 vs. 45/75

#### Simplificăm fiecare fracție în parte:

* Descompune numărătorul și numitorul fiecărei fracții în factori primi;
* Împarte numărătorul și numitorul la numărul ce este obținut înmulțind factorii primi comuni ai numărătorului și ai numitorului, la puterile cele mai mici - acesta e cel mai mare divizor comun, CMMDC;
* Simplificăm fracția 1/2 - numărătorul și numitorul sunt numere coprime, nu au factori primi comuni, fracția nu poate fi simplificată, este ireductibilă.
* Simplificăm fracția 16/24 = 24 / (23× 3) = (24 : 23) / ((23× 3) : 23) = 2/3
* Simplificăm fracția 45/75 = (32 × 5) / (3 × 52) = ((32 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 3/5
* La acest moment, fracțiile sunt simplificate:
* 1/2, 16/24 = 2/3 și 45/75 = 3/5

#### Calculăm cel mai mic multiplu comun, CMMMC, al numitorilor noilor fracții obținute prin simplificare:

* CMMMC va fi numitorul comun al fracțiilor sortate, îl putem numi și cel mai mic numitor comun.
* Descompunem numitorii fracțiilor și alegem în mod unic toți factorii primi, la puterile cele mai mari, înmulțindu-i.
* 2 e număr prim, nu mai poate fi descompus în factori primi.
* 3 e număr prim, nu mai poate fi descompus în factori primi.
* 5 e număr prim, nu mai poate fi descompus în factori primi.
* CMMMC (2; 3; 5) = 2 × 3 × 5 = 30.

# Surse

<https://mquest.ro/home/learnunitnew?id=32>

<https://mquest.ro/home/ch?c=6>

<https://www.scoalaintuitext.ro/blog/matematica-clasa-a-iii-a-2/>

# Exemple



Privește desenul și spune cine a mâncat mai puțin. 3 felii consumate de Vlad, adică 3/8 din pizza, reprezintă mai puțin decât 5 felii, adică 5/8 pe care le-a consumat Radu.

Așadar,  3/8 **<**5/8.  În acest caz **s-au comparat părți egale din** **întregi identici**.

Dacă întregii nu sunt la fel de mari, nu putem compara fracții corespunzătoare lor. Observă aceasta în reprezentarea următoare:

Am descoperit împreună că:

**Dintre două fracții cu același numitor este mai mare fracția cu numărătorul mai mare.**

**Putem compara două fracții numai dacă sunt părți egale ale aceluiași întreg sau părți egale din întregi identici.**  Rodica l-a ajutat pe bunicul ei să planteze legume în grădină. Legumele au fost repartizate după schema următoare:



Observăm că:

* pe 2/10 din suprafața grădinii au plantat fasole,
* tomate, pe 4/10  din întreaga grădină,
* 1/10 din suprafață e ocupată cu ardei,
* pe 3/10 din suprafața grădinii au plantat varză.

Cea mai mare suprafață este cultivată cu tomate (4/10), iar cea mai mică suprafață cu ardei (1/10).

Iată cum ordonăm crescător fracțiile corespunzătoare suprafețelor cultivate cu legume:



# Exerciții și probleme

1. Scrie, apoi compară fracțiile reprezentate, folosind semnele de relație (<, >, = ) :



2. Completează fracțiile, pentru ca egalitățile următoare să fie adevărate:



3. Scrie o fracție mai mică și o fracție mai mare decât cele date:



4. Scrie toate fracțiile mai mici sau egale cu 5/8.

5. Scrie în ordine crescătoare fracțiile reprezentate prin colorare:



6. Așază în ordine descrescătoare fracțiile cuprinse între 2/7 și  6/7 .

7. Ordonează crescător fracțiile cu numitorul 8 și numărătorul un număr impar mai mic decât 6.



